Cilc per tutti gli appunti *(AUTOMAZIONE – TRATTAMENTI TERMICI ACCIAIO – SCIENZA delle COSTRUZIONI…)*

e-mail per suggerimenti

AZIONE SISMICA

Per determinare gli effetti dell'azione sismica su un fabbricato, occorre prima definire delle valutazioni fondamentali come: *l'uso* a cui viene adibito, (con presenza o meno di affollamenti o avente una funzione pubblica ecc…), la sua *vita nominale* V_N, il suo *periodo di riferimento per l'azione sismica* V_R, ecc..

1- Classe d'uso

Si prevedono le seguenti classi d'uso (vedi punto 2.4.2 DM 2008).

Classe I Costruzioni con presenza solo occasionale di persone, edifici agricoli;

Classe II Costruzioni con normali affollamenti senza contenuti pericolosi per l'ambiente e senza funzioni pubbliche. Industrie con attività non pericolose per l'ambiente. Ponti, opere infrastrutturali, reti viarie non ricadenti nelle classi III o IV, reti ferroviarie la cui interruzione non provochi conseguenze rilevanti;

Classe III costruzioni il cui uso preveda affollamenti significativi. Industrie con attività pericolose per l'ambiente. Reti viarie extraurbane non ricadenti nella classe IV. Ponti e reti viarie la cui interruzione provochi situazioni di emergenza. Dighe rilevanti per le conseguenze di un loro eventuale collasso;

Classe IV costruzioni con funzioni pubbliche o strategiche importanti, anche con riferimento alla gestione della protezione civile in caso di calamità. Industrie con attività particolarmente pericolose per l'ambiente.

2- Vita nominale

La vita nominale V_N è il numero di anni nel quale la struttura, purché soggetta ad una manutenzione ordinaria, deve poter essere usata per lo scopo al quale è stata destinata.

Tabella 2.4.I

TIPI DI COSTRUZIONE		Vita nominale V_N (in anni)
1	Opere provvisorie - opere provvisionali - strutture in fase costruttiva	≤ 10
2	Opere ordinarie, ponti, opere infrastrutturali e dighe di dimensioni contenute o di importanza normale	≤ 50
3	Grandi opere, ponti, opere infrastrutturali e dighe di grandi dimensioni o di importanza strategica.	≤ 100

3- Periodo di riferimento per l'azione sismica

Le azioni sismiche su ciascuna costruzione vengono valutate in relazione ad un *periodo di riferimento* V_R, ottenuto moltiplicando la vita nominale V_N per il coefficiente C_U dipendente dalla classe d'uso della costruzione

$$V_R = V_N \cdot C_U$$

Tab. 2.4.II *coefficienti d'uso* C_U

CLASSE D'USO	I	II	III	IV
COEFFICIENTE C_U	0,7	1,0	1,5	2,0

Determinata la vita nominale V_N e il periodo di riferimento V_R dell'azione sismica occorre definire la pericolosità sismica.

4- Categoria di sottosuolo e condizioni topografiche

L'azione sismica su una struttura, tra gli altri parametri che verranno descritti in seguito, dipende molto dal tipo di terreno su cui è costruita.

In assenza di particolari analisi si può far riferimento alle categorie di sottosuolo descritte nella tabella 3.2.II e caratterizzate dai parametri: *velocità equivalente di propagazione, resistenza penetrometrica equivalente* $N_{SPT,30}$, resistenza non drenata equivalente $c_{u,30}$.

4.1- Velocità equivalente di propagazione

Le categorie sono individuate dai valore della *velocità equivalente di propagazione* $V_{s,30}$ delle onde di taglio entro i primi 30 metri di profondità; calcolata questa a partire dal piano di imposta per le fondazioni superficiali e dalla testa dei pali per fondazioni su pali.

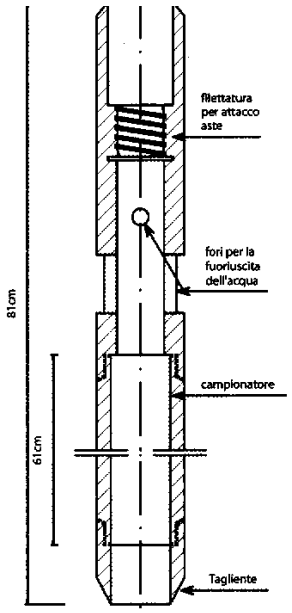
Se i primi 30 metri di profondità sono costituiti da più strati, si determina la velocità $V_{s,i}$ di ogni strato i^{mo} di spessore h_i e si calcola la velocità equivalente $V_{s,30}$ con l'espressione:

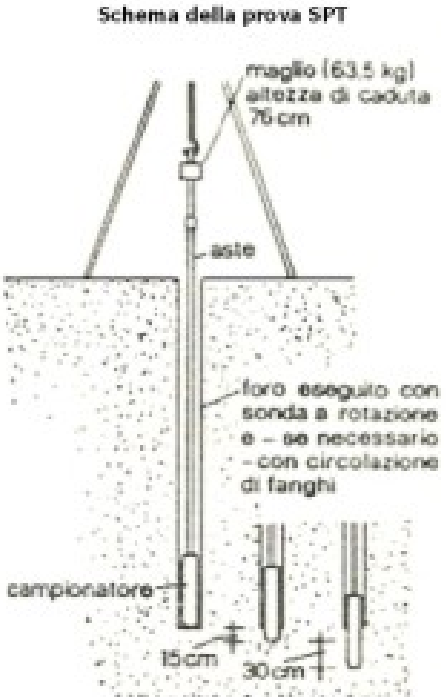
$$V_{s,30} = \frac{30}{\sum_{i=1}^{N} \frac{h_i}{V_{s,i}}}$$

È fortemente raccomandata la misurazione diretta della velocità. Tuttavia se questa non è disponibile, la determinazione della categoria del terreno si può ottenere in base a prove penetrometriche dinamiche (*Standard Penetration Test*) dal numero equivalente di colpi $N_{SPT,30}$ nei terreni a grana grossa, e dalla resistenza non drenata equivalente $c_{u,30}$ per terreni prevalentemente a grana fina.

4.2- Prova penetrometrica dinamica e numero equivalente di colpi $N_{SPT,30}$

La prova si ottiene con il campionatore di *Raymond* che, posto sul fondo di un foro, viene fatto penetrare per 45 cm per effetto della caduta ciclica della mazza di un maglio di massa 63,5 kg (140 libre), da un'altezza di 76 cm (30 pollici).





La penetrazione di 45 cm è effettuata con tre avanzamenti di 15 cm successivi, contando in ognuno di essi il numero di colpi necessari per ottenerli. Se N_1, N_2, N_3 sono rispettivamente il numero di colpi necessari per il primo, il secondo e il terzo avanzamento di 15 cm ciascuno, come resistenza alla penetrazione si assume il numero totale di colpi N_{SPT} ottenuti per avere il secondo e il terzo avanzamento.

$$N_{SPT} = N_2 + N_3$$

la prova viene interrotta quando si ha rifiuto, cioè quando:

- Sono necessari 50colpi per produrre un generico incremento di 150 mm
- Il numero N_{SPT} arriva a 100
- Non si registra alcun avanzamento a seguito di 10 colpi successivi.

Se i primi 30 metri di profondità del terreno è costituito da più strati diversi, si determina il numero di colpi $N_{SPT,i}$ di ogni strato i^{mo} di spessore h_i e si calcola la resistenza penetrometrica equivalente $N_{SPT,30}$ con l'espressione.

$$N_{SPT,30} = \frac{\sum_{i=1}^{M} h_i}{\sum_{i=1}^{M} \frac{h_i}{N_{SPT,i}}}$$

dove M è il numero di stradi di terreno a grana grossa compresi nei primi 30 metri di profondità.

La resistenza penetrometrica equivalente $N_{SPT,30}$ è utilizzata in luogo della velocità equivalente $V_{s,30}$ per classificare la categoria di sottosuolo , nel caso di terreni *prevalentemente a grana grossa*.

4.3- Resistenza non drenata equivalente $c_{u,30}$

Per terreni a grana fina la classificazione del terreno fa maggiormente riferimento ad un criterio di resistenza del terreno in esame.

4.3.1- Criteri di resistenza del terreno

Generalmente per la resistenza dei materiali si fa riferimento a prove di trazione e compressione che forniscono tensioni normali σ ; per i terreni, invece, il criterio di resistenza utilizzato è quello di Mohr-Coulomb che assume come parametro di confronto la tensione τ a taglio

$$\tau = c + \sigma_n \cdot tag(\varphi)$$

dove:

τ è la resistenza al taglio;

c è la coesione, corrispondente allo sforzo unitario di taglio per $\sigma_n = 0$ oppure $\varphi = 0$;

σ_n è lo sforzo unitario effettivo (efficace) normale;

φ è l'angolo di attrito interno, determinato dalla resistenza allo scorrimento relativo dei granuli.

In assenza di attrito tra i granuli la resistenza al taglio è fornita solamente dalla coesione c; il contatto tra i granuli del terreno, sottoposti ad una tensione normale σ_n, determina una resistenza di attrito che contrasta lo scorrimento relativo con l'aumento della resistenza al taglio τ .

Il comportamento del terreno dipende dalla tre fasi che lo compongono: solido, liquido e gassoso. Le due fasi essenziali, per il calcolo della resistenza, sono il solido e il liquido, mentre le parti riempite dal gas libero, si possono assimilare a dei vuoti.

Un parametro essenziale per descrivere la presenza della due fasi , liquido e solido, è il grado di saturazione S_r :

$$S_r = \frac{V_w}{V_v}$$

dove:

V_w è il volume del liquido libero

V_v è il volume dei vuoti

Si considerano le seguenti condizioni limiti : quando $S_r = 0$ è nullo il volume di liquido libero e il terreno è drenato; quando $S_r = 1$ tutti i vuoti sono riempiti dal liquido $V_w = V_v$ e il terreno si dice saturo.

Per la determinazione della resistenza i terreni, principalmente, si considerano in due stati opposti: "*terreni consolidati e drenati*" e "*terreni non consolidati e non drenati*".

Terreno consolidato e drenato

Nella prova il campione è posto in una cella che permette la fuoriuscita della fase liquida (drenaggio) e i carichi che portano alla rottura sono applicati lentamente in modo da permettere l'effettivo drenaggio e ottenere il consolidamento. Si ha in tal caso $S_r = 0$.

Terreno non consolidato e non drenato

Nella prova il campione è posto in una cella isolata che non permette la fuoriuscita del liquido e le forze sono poste a breve termine da non permettere il consolidamento. Si considera che il terreno sia saturo con $S_r = 1$.

Tensioni efficaci

Consideriamo il terreno saturo con $S_r = 1$. In questo caso tutti i vuoti sono riempiti dal liquido e i granuli, immersi in esso, ricevono la spinta di Archimede verso l'alto; cosicché sottoponendo il terreno ad una pressione esterna σ verso il basso, la tensione σ' che si esercita effettivamente sulla struttura granulare del terreno sarà data dalla pressione σ meno la spinta u verso l'alto dell'acqua, detta anche pressione neutra del liquido.

$$\sigma' = \sigma - u$$

dove:

σ è la tensione totale, corrispondente alla pressione esterna esercitata sul terreno

u è la pressione neutra del liquido, corrispondente alla spinta verso l'alto sui granuli immersi in esso

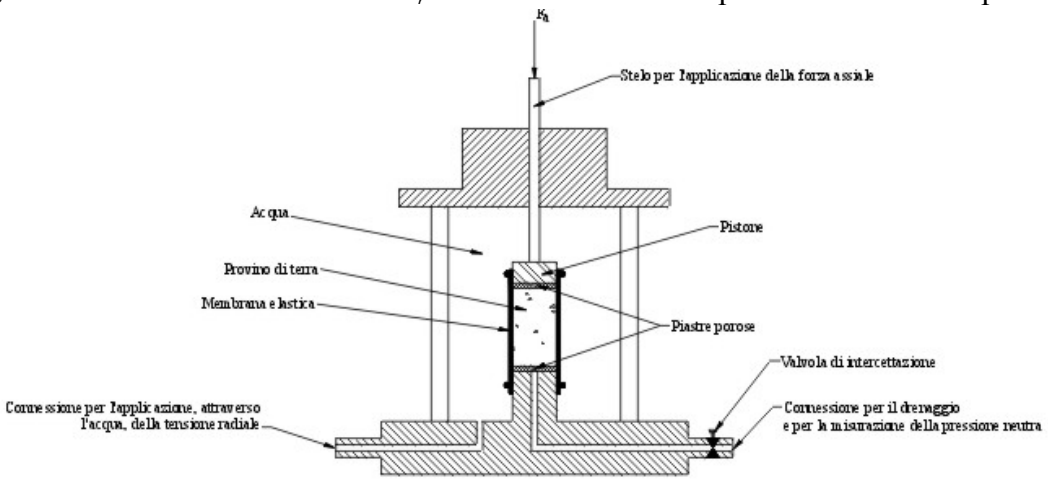
σ' è la tensione efficace, corrispondente alla pressione effettiva che si esercita sulla struttura solida in granuli del terreno

Ovviamente per $u = 0$, in terreni drenati, la tensione efficace coincide con la totale

4.3.2- Prova su cella triassiale

Dal campione di terra prelevato nel sito sono ricavati tre provini da analizzare. La prova di resistenza è eseguita nella cella triassiale schematizzata in figura. Il provino di terra viene sistemato nel recipiente cilindrico, avente la superficie laterale composta da una membrana elastica, e disposto al centro di un altro cilindrico in plexiglass.

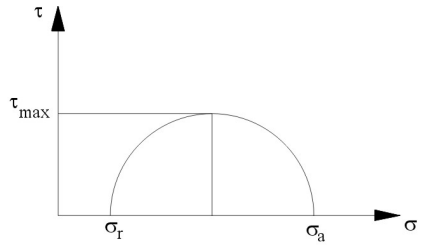
Tra i due cilindri, attraverso una connessione, è introdotta acqua che serve, attraverso la pressione, a fornire una tensione radiale σ_r uniforme su tutta la superficie laterale del provino.



Il provino poggia su una piastra porosa, che permette all'acqua libera contenuta in esso di poter essere evacuata all'esterno attraverso la connessione inferiore, quando è aperta la valvola di intercettazione, ottenendo, con il tempo, il drenaggio del provino di terra.

Con la valvola di intercettazione chiusa si può eseguire la prova in condizioni non consolidata e non drenata.

Nella parte superiore del provino, attraverso un pistone, è trasmesso ad esso una forza assiale che determina una tensione assiale σ_a; mentre la pressione dell'acqua tra i due cilindri trasmette, attraverso la membrana elastica, una tensione radiale σ_r.



Il provino è sollecitato dalle due tensioni normali tra loro, con taglio nullo in queste direzioni; quindi, preso un elementino con piani di riferimento nelle direzioni assiale e radiale, le rispettive tensioni σ_a, σ_r costituiscono le tensioni principali del cerchio di Mohr. Il taglio massimo si ha in un piano a 45° rispetto all'asse con valore pari al raggio del cerchio.

$$\tau_{max} = \sigma_a - \sigma_r$$

Nelle prove a rottura le tensioni da considerare sono quelle efficaci che effettivamente agiscono sulla struttura solida $\sigma' = \sigma - u$, depurate della pressione neutra del liquido. La rottura avviene per scorrimento dato dalla tensione di taglio.

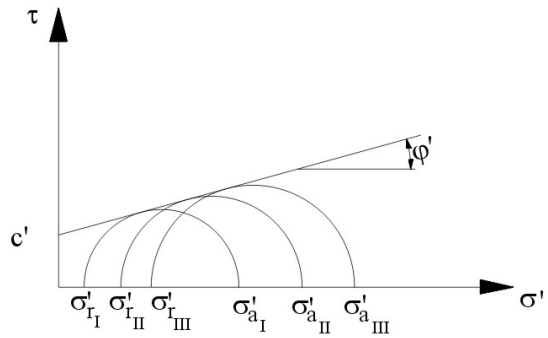
4.3.2.1- Prova consolidata e drenata

Si eseguono tre prove a rottura, per effetto della forza assiale F_a, aumentando in ognuna di esse la tensione radiale σ_r, attraverso l'aumento della pressione dell'acqua interposta tra i due cilindri. Durante la prova si mantiene aperta la valvola di intercettazione , in modo da permettere il drenaggio

Posta quindi una tensione radiale σ_r, e atteso il consolidamento, si aumenta la forza assiale F_a fino alla rottura del provino. Nella prova, essendo permesso il drenaggio, la pressione neutra rimane costante, pari a quella inizialmente misurata u_0 attraverso la connessione esterna. Con i risultati ottenuti si traccia il primo cerchio di Mohr riportando le tensioni efficaci:

tensione efficace radiale $\sigma'_{rI} = \sigma_{rI} - u_0$

tensione assiale efficace di rottura $\sigma'_{aI} = \sigma_{aI} - u_0 + \frac{F_{aI}}{A}$ $\quad \sigma'_{aI} = \sigma'_{rI} + \frac{F_{aI}}{A}$



La seconda prova si esegue con una tensione radiale superiore $\sigma_{rII} > \sigma_{rI}$, e si aumenta F_a fino a rottura. In questo caso l'aumento della tensione radiale, che si propaga uniformemente nel provino, aumenta il compattamento dei granuli del terreno, aumentando l'attrito e la resistenza allo scorrimento. La rottura avviene con un taglio massimo superiore a quello della prova precedente. Il cerchi di Mohr tracciato avrà un raggio superiore a quello ottenuto nella prima prova.

Si esegue poi la terza prova con $\sigma_{rIII} > \sigma_{rII} > \sigma_{rI}$. Si ottiene un cerchio di Mohr con raggio superiore a quello ottenuto nelle precedenti prove.

Disegnati i tre cerchi, si traccia la retta inviluppo che interseca l'asse delle ordinate τ nel parametro c' che fornisce la coesione del terreno, ed è inclinata dell'angolo φ' indicante l'angolo di attrito. La retta ha equazione

$$\tau = c' + \sigma' \cdot tag\varphi'$$

4.3.2.2- Prova non consolidata non drenata

La prova è eseguita con la valvola di intercettazione chiusa, in modo da impedire il drenaggio. Si suppone un terreno saturo con $S_r = 1$. In tal caso un incremento $\Delta\sigma_r$ della tensione radiale, impressa dall'acqua sulla membrana che avvolge la superficie laterale del provino, si trasmette interamente alla fase liquida che avvolge i granuli del terreno. In tal modo, pur aumentando σ_r, rimangono costanti le tensioni efficaci σ'. Infatti, se inizialmente u_0 è la pressione neutra dell'acqua, la tensione efficace iniziale sarà:

$$\sigma' = \sigma - u_0$$

Impresso un incremento $\Delta\sigma_r$ alla tensione radiale questa si trasmette all'acqua che si riparte in tutte le direzioni. Allora la tensione totale si incrementerà di $\Delta\sigma_r$, ma anche la pressione neutra dell'acqua riceverà lo stesso incremento.

$$\sigma_f = \sigma + \Delta\sigma_r$$

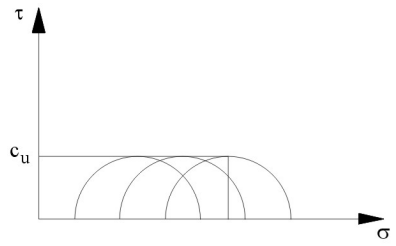
$$u_f = u_0 + \Delta\sigma_r$$

quindi la tensione efficace finale sarà:

$$\sigma'_f = \sigma_f - u_f$$

$$\sigma'_f = \sigma + \Delta\sigma_r - (u_0 + \Delta\sigma_r) \qquad \sigma'_f = \sigma - u_0$$

$$\sigma'_f = \sigma$$



Occorre considerare che la rottura del provino avviene per l'aumento delle tensioni efficaci, che determinano il taglio critico massimo nei piani a 45° rispetto all'asse. Ora eseguendo tre prove con tre valori diversi di σ_r l'andamento delle tensioni efficaci non variano e quindi si raggiunge sempre la stessa tensione di taglio critico a rottura. Ne viene che disegnando i tre cerchi di Mohr delle tre prove, riferite alle tensioni totali σ_r, σ_a si ottengono cerchi con lo stesso raggio, corrispondenti

alla tensione di taglio critico di rottura. L'inviluppo dei tre cerchi dà una retta parallela all'asse delle ascisse che interseca l'asse delle τ in c_u corrispondente ad una resistenza di coesione con attrito nullo. Il terreno si comporta con attrito nullo:

$$\tau_f = c_u + \sigma_n \cdot tag0$$

$$\tau_f = c_u$$

alla tensione di taglio c_u si dà nome di ***resistenza non drenata***

La resistenza non drenata è utilizzata come parametro di classificazione per i terreni a grana fina.

Se i primi 30 metri di profondità sono costituiti da più strati, si determina, mediante campioni, la resistenza non drenata $c_{u,i}$ di ogni strato i^{mo} di spessore h_i e si calcola la resistenza non drenata equivalente $c_{u,30}$ con l'espressione:

$$c_{u,30} = \frac{\sum_{i=1}^{K} h_i}{\sum_{i=1}^{M} \frac{h_i}{c_{u,i}}}$$

dove K è il numero di strati di terreni a grana fina compresi nei primi 30 m di profondità.

4.4- Caratteristiche delle categorie di sottosuolo

Come di è detto la risposta di un edificio alla vibrazione sismica, tra gli altri parametri, dipende notevolmente alla conformazione del sottosuolo. Occorre quindi un'accurata analisi locale come specificato nel paragrafo 7.11.3 del DM 2008.

In assenza di dette analisi, per la definizione dell'azione sismica, si può far riferimento ad un approccio semplificato, proposto nel punto 3.2.2 del DM 20008, attraverso l'individuazione di categorie di sottosuolo di riferimento, in base alle quali si dà una risposta di progetto diversa in presenza di una vibrazione sismica.

Tabella 3.2.II *Categorie di sottosuolo*

Categoria	Descrizione
A	*Ammassi rocciosi affioranti o terreni molto rigidi* caratterizzati da valori di $V_{s,30}$ superiori a 800 m/s eventualmente comprendenti in superficie uno strato di alterazione, con spessore massimo pari a 3 m
B	*Rocce tenere e depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fina molto consistenti* con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ compresi tra 360 e 800 m/s (ovvero $N_{SPT,30} > 50$ nei terreni a grana grossa e $c_{u,30} > 250\ kPa$ nei terreni a grana fina)
C	*Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti* con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ compresi tra 180 e 360 m/s (ovvero $15 < N_{SPT,30} < 50$ nei terreni a grana grossa e $70 < c_{u,30} < 250\ kPa$ nei terreni a grana fina)
D	*Depositi di terreni a grana grossa scarsamente addensati o di terreni a grana fina scarsamente consistenti,* con spessori superiori a 30 m, caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ inferiori a 180 m/s (ovvero $N_{SPT,30} < 15$ nei terreni a grana grossa e $c_{u,30} < 70\ kPa$ nei terreni a grana fina)
E	*Terreni dei sottosuoli di tipo C o D per spessore non superiore a 20 m* posti su substrato di riferimento ($V_{s,30} > 800$ m/s)

4.5- Condizioni topografiche del sottosuolo

Il sottosuolo determina una diversa risposta sismica sul fabbricato non solamente per la sua natura (caratterizzata dalle categorie), ma anche per la sua specifica configurazione geometrica.

Sono previste nel DM 2008 quattro categorie, che caratterizzano diverse condizioni topografiche, con configurazioni geometriche prevalentemente bidimensionali; creste o dorsali allungate devono essere considerate nella definizione dell'azione sismica se maggiori di 30 m.

Tabella 3.2.IV *Categorie topografiche*

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	Superficie pianeggiante, pendii o rilievi con inclinazione media $i \leq 15^\circ$
T2	Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$
T3	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$
T4	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$

5- Pericolosità sismica

La pericolosità sismica si determina a partire da una di base, in condizioni ideali (sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale di categoria **A**), e quindi si procede con la determinazione dei parametri sotto elencati che verranno sviluppati nei paragrafi seguenti.

a) Occorre determinare *l'accelerazione orizzontale massima* a_g *attesa,* in condizioni di campo libero, su sito di riferimento rigido, con superficie topografica orizzontale di categoria A. L'accelerazione a_g si rileva nell'allegato **B** in funzione delle coordinate geografiche e del periodo di ritorno T_R (vedi oltre)

b) L'accelerazione a_g si riferisce ad un sito di riferimento, quello in esame ha caratteristiche differenti; e quindi l'accelerazione avrà una risposta diversa, data *dall'ordinata dello spettro di risposta in accelerazione* $S(T)$, dipendente dalla categoria del suolo (*A,B,C,D,E*) e dalle condizioni topografiche (T_1, T_2, T_3, T_4), e, ovviamente, dal periodo T di vibrazione del sisma.

c) Per la determinazione di T_R, da cui ricavare a_g, occorre prevedere una *probabilità* P_{V_R} *di superamento* del periodo di riferimento V_R (tab. 3.2.I).

d) Conoscendo il periodo di riferimento V_R e la probabilità del suo superamento P_{V_R}, si determina il periodo di ritorno T_R (allegato A).

e) Si determina il fattore F_O di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale, in funzione delle coordinate geografiche (LON, LAT) e del periodo di ritorno T_R (allegato **B**).

f) Lo spettro di risposta in accelerazione è composto di quattro tratti. L'ascissa della fine del tratto rettilineo costante e inizio di quello iperbolico (fig. 9.5) è il periodo T_C. Quello che si riferisce al sito di riferimento si indica con T_C^* e si utilizza per determinare gli altri due periodi T_B, T_D che delimitano le zone delle spettro (vedi oltre). T_C^* si determina in funzione delle coordinate geografiche e del periodo di ritorno T_R (allegato **B**).

Premessi i su esposti punti, la *pericolosità sismica di base* del sito di costruzione è definita dai tre parametri fondamentali, ricavati nell'allegato **B** del DM 2008.

a_g accelerazione orizzontale massima al sito.

F_O valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale.

T_C^* periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale: corrisponde all'ascissa della fine del tratto rettilineo costante e inizio di quello iperbolico (fig.9.5) attribuito al sito di riferimento.

I tre parametri si rilevano nelle tabelle dell'allegato **B** in corrispondenza delle coordinate geografiche del sito, e del periodo di ritorno T_R (vedi oltre).

6- Stati limite e relative probabilità di superamento

Nei confronti delle azioni sismiche sia gli *stati limite di esercizio* sia gli *stati limite ultimi*, sono individuati riferendosi alle prestazioni della costruzione nel suo complesso, comprendendo l'integrità degli elementi strutturali, non strutturali e il funzionamento degli impianti.

6.1 Stati limite di esercizio

- **SLO Stato Limite di Operatività**: tiene conto che la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature che determinano la sua funzione, a seguito del sisma, non deve subire danni e interruzioni d'uso significativi.
- **SLD Stato Limite di Danno**: tiene conto che la costruzione nel suo complesso, includendo gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature che determinano la sua funzione, a seguito del sisma, subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacitò di resistenza e di rigidezza nei confronti delle azioni verticali e orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature.

6.2 Stati limite ultimi

- **SLV Stato Limite di salvaguardia della Vita**: a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali; la costruzione conserva invece una parte della resistenza e di rigidezza nei confronti delle azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali;
- **SLC Stato limite di prevenzione del collasso**: a seguito del terremoto la costruzione subisce gravi rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e danni molto gravi dei componenti strutturali; la costruzione conserva ancora un margine di sicurezza per azioni verticali ed un esiguo margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni orizzontali.

7- Probabilità P_{V_R} di superamento del periodo di riferimento V_R

A ciascuno degli stati limite considerati è associata la probabilità P_{V_R} di superamento del periodo di riferimento V_R, dai quali dipende il periodo di ritorno T_R, che determina la pericolosità sismica di base, e quindi l'azione sismica. Ne viene che, per lo stesso sito con determinate coordinate geografiche, a parità di categoria del suolo e delle condizioni topografiche, si ricavano pericolosità sismiche di base da considerare diverse a seconda dello stato limite che si sta studiando.

La risposta sismica avrà valori diversi a seconda del tipo di stato limite considerato, e ciò in base alle P_{V_R} riportate nella tabella 3.2.1

Tabella 3.2.1

Stati limite		Probabilità P_{V_R} di superamento del periodo di riferimento V_R
Stati limite di esercizio	SLO	81%
	SLD	63%
Stati limite ultimi	SLV	10%
	SLC	5%

8- Periodo di ritorno

L'azione sismica su una costruzione è valutata partendo dalla "pericolosità sismica di base" che si riferisce a condizioni ideali: di sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale, di categoria A nelle **NTC** (Norme Tecniche per le Costruzioni).

Sul territorio è stato individuato *un reticolo di riferimento*, con **Codice Identificativo** (ID), le cui coordinate geografiche dei nodi sono riportate nella **tabella B**.

In corrispondenza di ogni nodo del *reticolo di riferimento* è riportata la *pericolosità sismica di base,* definita da tre parametri a_g, F_0, T_C^*, in funzione del periodo di ritorno T_R.

Questo, individuate la coordinate del sito di costruzione, è il parametro caratterizzante la pericolosità sismica ed è determinato in base al periodo di riferimento V_R e alla probabilità del superamento del periodo di riferimento P_{V_R} secondo l'espressione:

$$T_R = \frac{V_R}{\ln\left(1 - P_{V_R}\right)}$$

Occorre osservare che la probabilità di superamento del periodo di riferimento P_{V_R} dipende dallo stato limite considerato (SLO,SLD,SLV,SLC) e quindi a seconda di questo si ottiene un periodo di ritorno T_R diverso, e quindi una pericolosità sismica di progetto diversa, con conseguente differente risposta di progetto da porre a calcolo.

Se il periodo di ritorno T_R ottenuto con i valori V_R, P_{V_R} ricavati dal calcolo non sono contemplati nella tabella B, i parametri a_g, F_0, T_C^* possono determinarsi con interpolazione.

Si indichi con p il parametro che interessa interpolare (sia esso a_g, oppure F_0 o T_C^*) corrispondente al valore T_R del periodo di ritorno calcolato; e siano p_1, p_2 i valori del parametro corrispondenti ai periodi di ritorno T_{R_1}, T_{R_2} contemplati nella tabella, prossimi a T_R, e, rispettivamente, inferiore e superiore ad esso. Il valore del parametro p si ottiene dall'espressione:

$$\log(p) = \log(p_1) + \log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \cdot \log\left(\frac{T_R}{T_{R_1}}\right) \cdot \left[\log\left(\frac{T_{R_2}}{T_{R_1}}\right)\right]^{-1}$$

Il punto del territorio in cui si deve costruire la struttura, in generale, non ricade su un *nodo del reticolo di riferimento*, ma entro una sua maglia. Per determinare in detto punto i parametri p (a_g, F_0, T_C^*), si effettua una media pesata dei valori assunti dai nodi (ID) nei quattro vertici della maglia che lo contorna.

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{4} \frac{p_i}{d_i}}{\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{d_i}}$$

dove:

p è il valore del parametro nel punto del territorio in esame (a_g, F_0, T_C^*)

p_i è il valore del parametro nel nodo i^{mo} dei quattro che contorna il punto del territorio in esame

d_i è la distanza del punto del territorio in esame dal nodo i^{mo} dei quattro della maglia

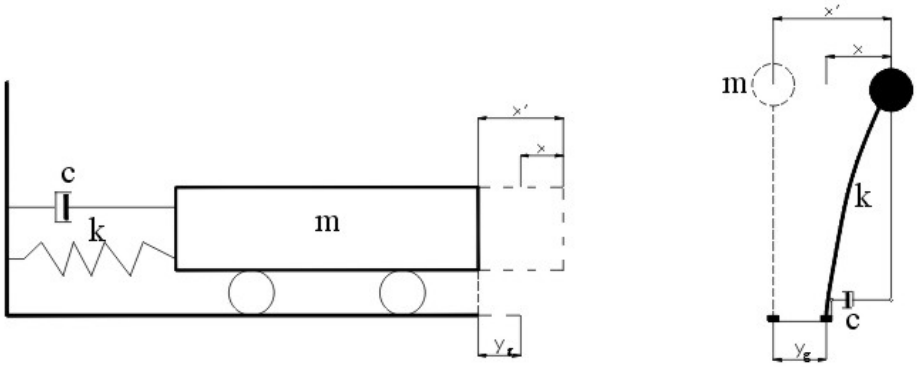
Da quanto esposto ne risulta che, con l'entrata in vigore del DM 2008 la stima della pericolosità sismica è valutata non più in base alla **zona di appartenenza** del luogo ove è la costruzione in esame, ma in modo più ristretto in base al **sito** contenuto in una maglia del *reticolo di riferimento*.

9- Spettro di risposta elastico

La valutazione della risposta di una struttura all'azione di un sisma può essere valutata mediante il metodo dello *spettro di risposta*.

Consideriamo un oscillatore elementare ad un grado di libertà, che, se pure non è corrispondente a costruzioni effettive, consente tuttavia di fornire indici significativi sul comportamento dinamico di risposta della strutture sottoposte al sisma.

Fig. 9.1



Nella figura sono schematizzati due modelli di oscillatori ad un grado di libertà.

La massa m è sottoposta ad una forza F_s dovuta allo spostamento $y_g(t)$ del suolo con accelerazione $\ddot{y}_g(t)$ e quindi con valore inerziale:

$$F_s = -m \cdot \ddot{y}(t)$$

Per effetto della spinta F_s la massa m subirà uno spostamento relativo nel tempo $x(t)$ con velocità $\dot{x}(t)$ e accelerazione $\ddot{x}(t)$, misurati rispetto ad un punto del suolo in movimento durante il sisma. Gli stessi parametri possono essere misurati rispetto ad un punto del suolo fermo prima del sisma: con spostamento assoluto $x'(t)$, velocità $\dot{x}'(t)$, accelerazione $\ddot{x}'(t)$. Risulta:

$$x'(t) = x(t) + y_g(t)$$

Si suppone che la massa sia collegata al suolo con una connessione elastica, con costante di rigidità k, e che la trasmissione dello spostamento avvenga dissipando energia con smorzamento di tipo viscoso. Con tali ipotesi la trasmissione della forza F_s alla massa è equilibrata dalle seguenti forze:

forza d'inerzia dovuta all'accelerazione $\ddot{x}(t)$ impressa alla massa

$$m \cdot \ddot{x}(t)$$

forza di smorzamento dovuta alla dissipazione di energia nella deformazione della connessione al suolo non perfettamente elastica, con smorzamento di tipo viscoso, proporzionale alla velocità $\dot{x}(t)$ secondo la costante viscosa c

$$c \cdot \dot{x}(t)$$

forza elastica dovuta alla deformazione elastica dell'elemento di connessione al suolo della massa. È proporzionale secondo la costante di rigidità k allo spostamento $x(t)$ della massa stessa

$$k \cdot x(t)$$

Per l'equilibrio delle forze si ottiene l'equazione differenziale:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = -m \cdot \ddot{y}_g(t) \qquad (9.1)$$

Si tratta di un'oscillazione forzata trasmessa all'oscillatore dalla vibrazione del terreno con accelerazione $\ddot{y}_g(t)$.

È evidente che, per una determinata accelerazione $\ddot{y}_g(t)$ del suolo, la risposta dell'oscillatore in termini di $x(t)$ (e quindi di $\dot{x}(t), \ddot{x}(t)$) dipende dalle sue caratteristiche, definite dai parametri m, c, k.

9.1- Periodo proprio naturale dell'oscillatore

L'oscillatore, in assenza di vibrazione forzata esterna, se inizialmente ha la massa spostata dalla posizione di equilibrio, ritorna in questa con un andamento smorzato, che può essere senza o con oscillazione di periodo proprio naturale T_0; questa risulta armonica pura nel caso ideale di smorzamento nullo, con $c = 0$.

Considerando quest'ultimo caso, senza l'azione forzante, con $c = 0$, $\ddot{y}_g = 0$ l'equazione diviene:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) = 0 \qquad (9.2)$$

l'equazione caratteristica associata è:

$$m \cdot z^2 + k = 0 \qquad \text{da cui:}$$

$$z = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{ponendo} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad z = \pm i\omega_0$$

la soluzione dell'equazione è del tipo:

$$x(t) = C_1 \cdot e^{-j\omega t} + C_2 \cdot e^{+j\omega t} \quad \text{che si può porre nella forma}$$

$$x(t) = A \cdot sen(\omega_0 t + \varphi) \qquad (9.3)$$

dove A è l'ampiezza della oscillazione, φ la fase, che dipendono dalla condizioni iniziali.

La costante ω_0 è la pulsazione armonica dell'oscillatore ideale con coefficiente di smorzamento $c = 0$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (9.4)$$

da cui si ottiene

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (9.5)$$

dove T_0 è il periodo naturale dell'oscillatore ideale con smorzamento nullo.

Nel caso di un oscillatore reale ad un grado di liberta, con coefficiente di smorzamento non nullo, si avrà una risposta smorzata, con o senza oscillazioni.

9.2- Coefficiente di smorzamento viscoso ξ

L'equazione (9.1) viene normalizzata rispetto a due parametri caratteristici: la pulsazione armonica ω_0 (o al periodo naturale T_0) e il coefficiente di smorzamento viscoso ξ.

Si definisce coefficiente di smorzamento viscoso il rapporto:

$$\xi = \frac{c}{2 \cdot m\omega_0} \qquad (9.6)$$

È evidente, infatti, che lo smorzamento della risposta sarà tanto maggiore quanto più grande è il valore del coefficiente viscoso c e minori sono quelli della massa (meno inerzia) e della pulsazione naturale ω_0 (maggiore periodo naturale T_0).

Dividendo la (4) per m:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m} \cdot \dot{x}(t) + \frac{k}{m} \cdot x(t) = -\ddot{y}_g(t)$$

dalla (9.6) si ha: $\frac{c}{m} = 2\xi\omega_0$

dalla (9.4) $\frac{k}{m} = \omega_0^2$

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_0 \cdot \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = -\ddot{y}_g(t) \qquad (9.7)$$

È noto che la risposta è data dalla somma di quella libera transitoria più la particolare corrispondente all'azione forzata impressa. La transitoria si ottiene ponendo $\ddot{y}_g(t) = 0$

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_0 \cdot \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0$$

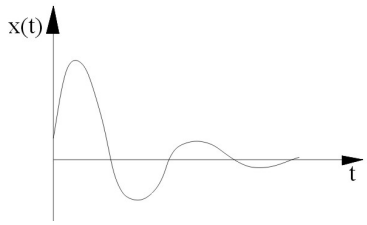
Equazione caratteristica $z^2 + 2\xi\omega_0 \cdot z + \omega_0^2 = 0$ $\qquad z = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$

Il tipo di risposta dipende dal valore di ξ, che determina il segno del radicando: se è positivo essa è smorzata non oscillatoria, se negativo è oscillatoria smorzata.

In pratica risulta $\xi < 1$. Il valore standard nella normativa è $\xi = 0.05$ e quindi le due soluzioni dell'equazione caratteristica sono complesse coniugate.

Si può porre $z = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{-(1-\xi^2)}$ $\qquad z = -\xi\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{(1-\xi^2)}$

fig.9.2 $\xi\omega_0 = \alpha$ $\qquad \omega_0\sqrt{1-\xi^2} = \omega$



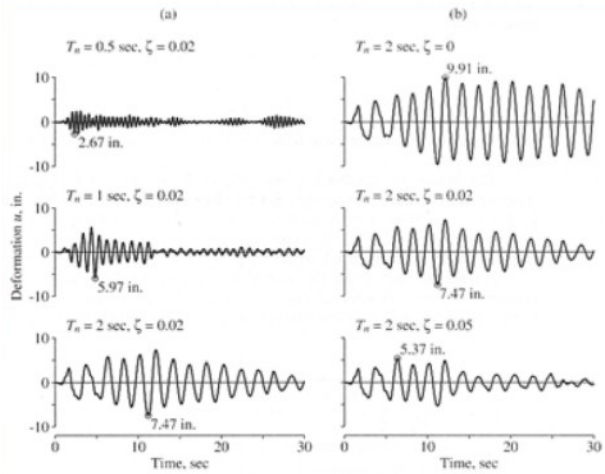
La soluzione dell'equazione differenziale è del tipo:

$$x(t) = A \cdot e^{-\alpha t} sen(\omega t + \varphi) \qquad (9.8)$$

l'ampiezza dell'oscillazione diminuisce al passare del tempo.

Non ci addentriamo nella soluzione particolare dovuta all'azione forzata ma si pongono in evidenza delle considerazioni sui risultati.

Fig.9.3



Occorre osservare che, a parità di una oscillazione impressa con accelerazione $\ddot{y}_g(t)$, le risposte forzate nel tempo (come quelle naturali) dei diversi oscillatori è differente a seconda dei parametri m, c, k e quindi del periodo naturale T_0 (ω_0) e il coefficiente di smorzamento ξ.

L'ampiezza di oscillazione della risposta, a parità di T_0 diminuisce all'aumentare del coefficiente di smorzamento ξ; mentre a parità di ξ, all'aumentare di T_0 a partire da $T_0 = 0$, l'ampiezza di oscillazione prima aumenta, fino ad un valore massimo di risonanza, in cui il periodo naturale dell'oscillatore ha la stessa frequenza del sisma, e poi diminuisce.

9.3- Spettro di risposta elastico in spostamento

È evidente che fissata un'oscillazione forzata del suolo, con accelerazione $\ddot{y}_g(t)$, è possibile, definire mediante la (9.4), la storia nel tempo dello spostamento relativo $x(t)$, o assoluto $x'(t)$; ma ciò che interessa in pratica è determinare, in corrispondenza di un accelerogramma $\ddot{y}_g(t)$, in un certo istante, il **valore massimo** $x_{\max}$ **dello spostamento relativo** di ogni oscillatore avente determinati valori di m, c, k, e quindi di periodo naturale T_0 e coefficiente di smorzamento ξ. Così, nella figura, per l'oscillatore con $T_0 = 2$ e $\xi = 0.02$, il valore massimo ottenuto nella storia dello spostamento dell'evento sismico è 7.47 *in.*

Si fissa così un determinato coefficiente di smorzamento ξ ($\xi = 0.05$ valore standard nella normativa), e, in corrispondenza di un evento sismico con accelerogramma $\ddot{y}_g(t)$, si determinano le ampiezze massime di oscillazione $A = x_{\max}$, al variare del periodo T_0 di più oscillatori di prova, aventi quindi k, m differenti.

È evidente che per un determinato sito non ha interesse la risposta ad un solo evento sismico con un determinato accelerogramma $\ddot{y}_g(t)$, ma occorre riferirsi all'insieme degli eventi che possono nel tempo verificarsi in esso. Occorre quindi **uno studio di tipo probabilistico**, considerando un gran numero di terremoti che generano negli oscillatori di prova aventi determinati T_0 e ξ le oscillazioni massime $A = x_{\max}$; tra tutti gli eventi possibili si considerera quello che determina i valori massimi di $A = x_{\max}$.

Così, per ogni oscillatore della famiglia a ξ costante, si determina, in corrispondenza del suo periodo naturale T_0, il valore dell'ampiezza di oscillazione massima $A = x_{\max}$ che esso assume nel sito considerato, determinata dallo studio probabilistico degli eventi sismici possibili.

Su un diagramma si riporta sull'asse della ascisse i periodi di oscillazione naturale T_0 degli oscillatori della famiglia con ξ costante, e sull'asse delle ordinate i corrispondenti valori dell'ampiezza massima di oscillazione ottenuta nell'esame probabilistico degli eventi sismici possibili.

Il diagramma ottenuto è definito **spettro di risposta in termini di spostamento**.

L'importanza dello spettro di risposta di spostamento risiede nel fatto che, considerato un oscillatore con determinato T_0 e ξ, si può determinare lo spostamento massimo $A = x_{\max}$ che ci si può attendere tra gli eventi sismici possibili, e quindi la massima deformazione elastica alla base che provoca la massima sollecitazione a cui si oppone la **forza interna di reazione elastica**:

$$F_s = k \cdot x_{\max} \qquad (9.9)$$

La reazione $k \cdot x_{\max}$ rappresenta la massima **forza statica equivalente**, quella cioè che, agendo staticamente, determina la stessa deformazione massima indotta dinamicamente dal sisma.

9.4- Spettro di risposta elastico in accelerazione

Dalla **forza statica equivalente** si fa derivare lo **spettro di risposta elastico in accelerazione.**

Per ogni periodo di oscillazione naturale T_0 di oscillatori della famiglia con ξ costante, posto sull'asse delle ascisse, si riporta un'ordinata pari al rapporto tra **la forza statica equivalente** e la sua massa.

Viene definita **pseudo-accelerazione** il rapporto tra la **forza statica equivalente** e la massa dell'oscillatore:

$$S_e = \frac{k \cdot x_{\max}}{m} \ [\mathrm{m/s^2}] \qquad (9.10)$$

Il termine *pseudo* è aggiunta alla parola *accelerazione* in quanto S_e non risulta un'accelerazione effettiva, ma è utilizzata come efficace in ingegneria sismica. Essa coincide con l'accelerazione assoluta in un sistema a smorzamento nullo: $c = 0$ e quindi $\xi = 0$.

Infatti in tal caso l'equazione differenziale risulta:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) = -m \cdot \ddot{y}_g(t) \qquad \text{da cui}$$

$$\left[\ddot{x}(t) + \ddot{y}_g(t)\right] = -\frac{k \cdot x(t)}{m} \qquad \text{dove} \quad \left[\ddot{x}(t) + \ddot{y}_g(t)\right] \text{ è l'accelerazione assoluta}$$

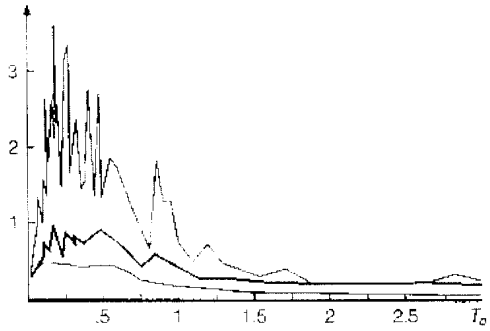
Ricordando che:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2$$

la (9.10) si scrive:

fig.9.4

$$S_e = \frac{k}{m} \cdot x_{\max} = \omega_0^2 \cdot x_{\max} \qquad (9.11)$$



Concludendo, lo spettro di risposta in termini di accelerazione è un diagramma dove sono riportati i valori delle pseudo-accelerazioni S_e di una famiglia di oscillatori semplici a coefficiente di smorzamento ξ costante, in funzione dei periodi naturali di oscillazione di essi.

Per $T_0 = 0$ si è in presenza di un oscillatore rigido in cui l'accelerazione coincide con quella del suolo. All'aumentare di T_0 si ha prima un'amplificazione dell'accelerazione degli oscillatori considerati, fino ad una zona di valori massimi in cui i periodi di essi sono uguali alle vibrazioni del sisma (risonanza), poi negli oscillatori con periodi naturali T_0 maggiori l'accelerazione diminuisce.

Si hanno diverse curve in funzione di T_0 della famiglia di oscillatori con coefficiente di smorzamento ξ costante a seconda del suo valore: si hanno curve con ordinate maggiori per valori minori di ξ.

Nella figura sono riportati gli spettri in termini di accelerazione di risposta al sisma di El Centro (1940) per valori di ξ pari a 1%, 2%, 5%.

Ricordando l'espressione (9.4) di ω_0 la (9.11) si può porre nella forma:

$$S_e(T) = \omega_0^2 \cdot x_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot x_{\max} \qquad [\text{m/s}^2]$$

(9.12)

da cui si ricava lo spettro di **risposta elastico in spostamento** rispetto a quello **in accelerazione.** Indicando lo spostamento massimo $x_{\max}$ con $S_{D_e}(T)$ si ha:

$$x_{\max} = S_{De}(T) = \frac{S_e(T)}{\omega_0^2} = S_e(T) \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \qquad (9.13)$$

9.5- Spettro di risposta elastico in velocità

Lo spettro di risposta elastico in velocità $S_V(T)$ si ottiene da quello di risposta in spostamento S_{D_e} moltiplicando le sue ordinate per la pulsazione naturale ω_0

$$S_V(T) = x_{mx} \cdot \omega_0 = S_{D_e}(T) \cdot \omega_0 \qquad [\text{m/s}] \qquad (9.14)$$

da cui si ricava:

$$S_{D_e}(T) = \frac{S_V(T)}{\omega_0} \qquad (9.15)$$

Dalle espressioni (9.13) e (9.15) si ottiene la relazione che lega i tre spettri di risposta elastici: in spostamento $S_{D_e}(T) = x_{\max}(T)$, in velocità $S_v(T)$ e in accelerazione $S_e(T)$:

$$S_{D_e}(T) = \frac{S_V(T)}{\omega_0} = \frac{S_e(T)}{\omega_0^2} \qquad (9.16)$$

9.6- Importanza dello spettro di risposta elastico in accelerazione

Come si è posto in evidenza, la pseudo-accelerazione rappresenta, approssimativamente, l'accelerazione massima che la massa dell'oscillatore con periodo naturale T_0 subisce per effetto dei sismi probabilisticamente possibili nel sito considerato.

Dall'accelerazione massima possibile prevista sulla massa dell'oscillatore si può ricavare la massima forza d'inerzia su di essa, data dal prodotto della massa stessa per la pseudo-accelerazione

$$F_{i_{\max}} = S_e \cdot m$$

Se W è il peso della massa valutato per l'azione sismica, risulta:

$$m = \frac{W}{g}$$

per cui l'espressione della forza d'inerzia sarà:

$$F_{i_{\max}} = S_e \cdot \frac{W}{g} \qquad (9.17)$$

ove g è l'accelerazione di gravità: $g = 9{,}81$ m/s

Da quanto esposto, attraverso lo spettro di risposta elastico in accelerazione è possibile determinare l'azione sismica di un fabbricato assimilato, nei casi semplici, ad un oscillatore ad un grado di libertà, conoscendo il periodo naturale T_0.

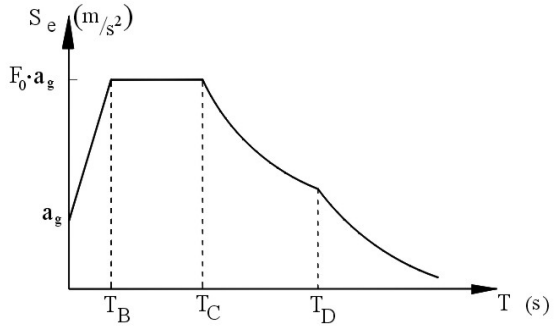
9.6.1- Spettro di risposta elastico in accelerazione normalizzato

Per determinare l'azione sismica su un fabbricato occorrerebbe avere il tipico spettro di risposta di ogni sito in cui si costruisce, avente determinate caratteristiche geologiche e morfologiche.

Nella applicazioni usuali si fa riferimento ad uno spettro normalizzato, che può essere di base per la determinazione delle azioni sismiche specifiche sulle strutture.

Nella normativa del DM 2008 è proposta una forma spettrale normalizzata riferita ad uno smorzamento standard $\xi = 0.05$ con ordinate moltiplicate per l'accelerazione orizzontale massima a_g su sito di riferimento rigido orizzontale (A).

Fig.9.5



L'accelerazione a_g si rileva nella **tabella 1** dell'allegato **B** in funzione delle coordinate geografiche e del periodo di ritorno T_R; questo dipende dal periodo di riferimento V_R e dalla probabilità del superamento del periodo di riferimento P_{V_R}, diverso a seconda dallo stato limite considerato (SLO,SLD,SLV,SLC). Quindi il valore di a_g tiene conto dalla vita nominale V_N e della classe d'uso attraverso il coefficiente C_U, dai quali si ricava il periodo di riferimento V_R; inoltre attraverso la probabilità P_{V_R} di superamento del periodo di riferimento si tiene conto dello stato limite considerato.

La forma spettrale, rappresentata in figura, schematizza l'andamento a campana tipico della risposta di oscillatori aventi un loro periodo naturale sottoposti ad un forzante avente una sua

frequenza. Sull'asse delle ascisse sono riportati i periodi di oscillazione T_0 della famiglia di oscillatori a $\xi = 0.05$ costante, posti su sito di riferimento rigido orizzontale; sull'asse delle ordinate sono riportate le corrispondenti pseudo-accelerazioni subite.

Nel diagramma i periodi di oscillazione sono indicati genericamente con "T".

Si distinguono quattro rami dello spettro. Per il periodo naturale $T = 0$, di un oscillatore ideale perfettamente rigido $(k = \infty)$, la pseudo-accelerazione coincide con l'accelerazione massima a_g del suolo; all'aumentare del periodo naturale di oscillazione dell'oscillatore considerato, con l'avvicinamento ai periodi di oscillazione dei probabili sismi possibili del suolo (risonanza), si ha un'amplificazione della pseudo-accelerazione. L'aumento della pseudo-accelerazione dell'oscillatore all'aumentare del suo periodo naturale T è schematizzato con un andamento rettilineo, fino ad un periodo T_B, oltre il quale si prevede la banda di frequenza (di periodi $T_B - T_C$) di oscillazioni dei possibili sismi del suolo; in questo intervallo dei periodi di oscillazione il ramo dello spettro è schematizzato con un tratto a pseudo-accelerazione costante con amplificazione massima:

$$F_0 \cdot a_g$$

dove F_0 è il fattore di amplificazione spettrale massima, che si ricava nella **tabella 1** dell'allegato **B** in funzione delle coordinate del sito e del periodo T_R di ritorno.

Per periodi naturali dell'oscillatore in esame maggiori ai valori dell'intervallo $T_B - T_C$, allontanandoci dalle vibrazioni dei possibili sismi del suolo, si ha un'attenuazione della pseudo-accelerazione subita. Questa, nell'intervallo $T_C - T_D$ diminuisce con un andamento, schematizzato nel diagramma, con un ramo di iperbole (inversamente proporzionale al periodo T).

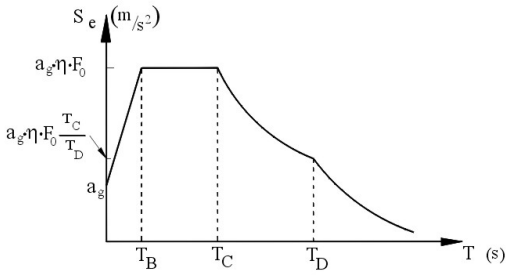
Oltre il periodo T_D la pseudo-accelerazione diminuisce secondo un ramo di iperbole quadratica (inversamente proporzionale a T^2).

9.6.2- Espressioni dello spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti orizzontali

Lo spettro normalizzato si riferisce ad un oscillatore con coefficiente di smorzamento $\xi = 0.05$ posto su sito di riferimento rigido piano. Nelle applicazioni pratiche occorre tener conto di un possibile diverso coefficiente ξ, della effettiva categoria del sottosuolo e delle sue condizioni topografiche. Ciò si ottiene introducendo nelle espressioni, che definiscono i quattro rami dello spettro, due parametri caratteristici: η dipendente dal coefficiente di smorzamento ξ, e S che tiene conto della categoria e delle condizioni topografiche del suolo.

Nel DM 2008 le espressioni determinanti matematicamente i quattro rami dello spettro, sono le seguenti:

$$\begin{array}{lll} 0 \le T < T_B & S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left[\dfrac{T}{T_B} + \dfrac{1}{\eta \cdot F_0}\left(1 - \dfrac{T}{T_B}\right)\right] & \text{I} \\ T_B \le T < T_C & S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 & \text{II} \\ T_C \le T < T_D & S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\dfrac{T_C}{T}\right) & \text{III} \\ T_D \le T & S_e(T) = a_g \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\dfrac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right) & \text{IV} \end{array} \qquad (9.18)$$



Nella figura sono rappresentati i quattro rami dello spettro.

Per $T = 0$, l'espressione (I) fornisce il risultato:

$$S(0) = a_g$$

torna quanto già detto: la pseudo-ccelerazione in un oscillatore perfettamente rigido, con $T = 0$ $(k = \infty)$, è

uguale all'accelerazione del suolo. All'aumentare del periodo con l'avvicinarsi ai periodi di risonanza con le possibili oscillazioni del sisma del suolo, si ha un'amplificazione della pseudo-accelerazione, schematizzata con un andamento rettilineo (espressione I), fino ad un periodo T_B, ove la pseudo-accelerazione raggiunge il valore massimo $a_g \cdot \eta \cdot F_0$, che poi si considera costante nel successivo intervallo di risonanza $T_B - T_C$ (espressione II). Oltre T_C, con l'allontanamento della zona di risonanza, si ha una diminuzione dell'amplificazione e la pseudo-accelerazione, nell'intervallo $T_C - T_D$, diminuisce (espressione III) con andamento iperbolico, fino al valore $a_g \cdot \eta \cdot F_0 \frac{T_C}{T_D}$ per $T = T_D$. In questo intervallo lo *spettro di risposta in velocità ha un valore costante*. Infatti per la (9,16) si ha:

$$\frac{S_V(T)}{\omega_0} = \frac{S_e(T)}{\omega_0^2} \quad \text{da cui:}$$

$$S_V(T) = \frac{S_e(T)}{\omega_0} = S_e(t) \cdot \frac{T}{2\pi} \quad \text{sostituendo l'espressione III si ha:}$$

$$S_V(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$$

per $T_C \leq T < T_D$

$$S_V(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \frac{T_C}{2\pi} = \text{costante}$$

Oltre T_D la pseudo-accelerazione diminuisce (epressioneIV) secondo un ramo a spostamento costante (iperbole quadratica). . Infatti per la (9,16) si ha:

$$S_{D_e}(T) = \frac{S_e(T)}{\omega_0^2} \quad \text{da cui:}$$

$$S_{D_e}(T) = S_e(T) \frac{T^2}{4\pi^2} \quad \text{sostituendo l'espressione IV}$$

$$S_{D_e}(T) = a_g \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right) \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$S_{D_e}(T) = a_g \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{4\pi^2} = \text{costante}$$

Analizziamo in dettaglio i singoli elementi che compongono le espressioni dei quattro rami dello spettro in accelerazione, utilizzate per determinare la risposta di una struttura che, sottoposta al sima, vibra con componenti oscillatorie di diverso periodo.

$S_e(T)$ è l'accelerazione spettrale (o pseudo-accelerazione) della struttura calcolata con il suo periodo principale T di vibrazione o con uno dei modi da considerare secondo la normativa;

T è il periodo in esame della struttura.

Questa, in pratica, non è un oscillatore puro ad un solo grado di libertà; è un sistema complesso a più gradi di libertà. Nei casi più semplici, *in cui la costruzione è regolare in altezza*, si considera che, in questa, la massa sia approssimativamente ugualmente distribuita, in modo da poter considerare il fabbricato come un oscillatore ad un solo grado di libertà con il periodo di oscillazione pari a quello del modo principale nella direzione in esame.

Nei casi più complessi si considerano le risposte alla vibrazioni di masse distribuite o concentrate ai diversi livelli. Si ha un sistema a *n* gradi di libertà pari alle masse, in genere considerate concentrate ai livelli di piano, e si esaminano gli *n* modi principali in cui le masse vibrano in fase.

a_g è l'accelerazione del suolo

Essa si rileva nella **tabella** 1, riportata nell'allegato **B** del DM 2008, in funzione delle coordinate del sito e del periodo T_R di ritorno. Il valore di a_g sulla tabella è espressa in $\frac{g}{10}$, quindi il valore rilevato in essa va moltiplicato per $\frac{g}{10}$

Occorre osservare che nella precedente normativa il territorio era stato suddiviso in quattro zone sismiche, e, in ognuna di queste, era attribuito un valore dell'accelerazione orizzontale su suolo di riferimento in frazioni di g. Nella nuova normativa, secondo il DM 2008, *l'accelerazione a_g si rileva in funzione non della zona di appartenenza (regioni , insieme di comuni…), ma del sito in cui si deve costruire la struttura.*

Dalla lettura **della tabella 1** allegato **B** si nota che l'accelerazione a_g in un sito aumenta all'aumentare del periodo di ritorno T_R; osservando l'espressione di questo si ha che l'accelerazione a_g assegnata aumenta all'aumentare delle vita nominale V_N (da cui dipende il periodo di riferimento V_R) e all'aumentare della probabilità di superamento della vita di riferimento P_{V_R}.

F_0 è il fattore di amplificazione spettrale massima dello spettro normalizzato, riferito ad un sito di riferimento rigido piano, il cui valore minimo è 2,2. F_0 si rileva nella **tabella 1** dell'allegato **B,** in funzione delle coordinate geografiche e del periodo di ritorno.

S fattore che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche.

Il fattore S è il prodotto di due coefficienti: S_S di amplificazione stratigrafica, S_T di amplificazione topografica:

$$S = S_S + S_T \qquad (9.19)$$

Coefficiente di amplificazione stratigrafica S_S

Per sottosuoli di categoria **A** il coefficiente S_S vale 1; per categorie di sottosuolo **B,C,D,E** si calcola in funzione del coefficiente di amplificazione F_0 come riportato nella **tabella 3.2.5**

Tabella 3.2.5

Categoria sottosuolo	S_S	C_C
A	1.00	1.00
B	$1.00 \le 1.4 - 0.4 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \le 1.20$	$1.10 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.20}$
C	$1.00 \le 1.7 - 0.6 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \le 1.50$	$1.05 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.33}$
D	$0.90 \le 2.40 - 1.50 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \le 1.80$	$1.25 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.50}$
E	$1.00 \le 2.00 - 1.10 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \le 1.60$	$1.15 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.40}$

Coefficiente di amplificazione topografica
La risposta di una struttura al sisma dipende anche dalle condizioni topografiche del suolo. In assenza di specifiche analisi di risposta sismica locale si utilizza il coefficiente S_T di amplificazione topografica riportato nella **tabella 3.2.VI** in funzione delle categorie topografiche descritte nel paragrafo 4.5 **tabella 3.2.IV**.

Tabella 3.2.VI

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	S_T
T1	--	1.0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1.2
T3	In corrispondenza della cresta del rilievo	1.2
T4	In corrispondenza della crest del rilievo	1.4

η è il fattore dipendente dal coefficiente di smorzamento ξ
come si è già spiegato, la risposta in accelerazione diminuisce all'aumentare del coefficiente di smorzamento ξ : all'aumentare di questo diminuiscono così le coordinate del grafico spettrale. Ciò si ottiene con l'introduzione del coefficiente η , funzione di ξ espresso in percentuale.

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5+\xi}} \geq 0.55 \qquad (9.20)$$

come si può notare il coefficiente η diminuisce all'aumentare di ξ , ed è uguale a 1 per il valore standard $\xi = 5$;

T_C^* è il periodo che separa il ramo ad accelerazione costante dal ramo a velocità costante in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale (di categoria **A**).
T_C^* si rileva nella **tabella 1** dell'allegato **B,** sempre in funzione delle coordinate geografiche e del periodo di ritorno; da esso si rilevano i periodi di separazione dei rami dello spettro T_B, T_C, T_D riferiti al sito considerato e alle effettive caratteristiche stratigrafiche del suolo.

T_C è il periodo che separa il ramo ad accelerazione costante dal ramo a velocità costante considerando le effettive caratteristiche del suolo. Si ottiene dal periodo di riferimento T_C^* con l'espressione

$$T_C = C_C \cdot T_C^* \qquad (9.21)$$

dove C_C è un coefficiente funzione della categoria del sottosuolo, riportato nella **tabella 3.2.V**

Tabella 3.2.V

Categoria sottosuolo	C_C
A	1,00
B	$1.10 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.20}$
C	$1.05 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.33}$
D	$1.25 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.50}$
E	$1.15 \cdot \left(T_C^*\right)^{-0.40}$

T_B è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante espresso dalla relazione:

$$T_B = \frac{T_C}{3} \qquad (9.22)$$

T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro a spostamento costante espresso dalla relazione:

$$T_D = 4.0 \cdot \frac{a_g}{g} + 1.6 \qquad (9.23)$$

9.6.3 - Espressioni dello spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti verticali

Lo spettro di risposta elastico in accelerazione verticale è definito nei quattro rami dalle seguenti espressioni:

$$\begin{array}{lll} 0 \le T < T_B & S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_v}\left(1 - \frac{T}{T_B}\right)\right] & \text{I} \\ T_B \le T < T_C & S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v & \text{II} \\ T_C \le T < T_D & S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v \cdot \left(\frac{T_C}{T}\right) & \text{III} \\ T_D \le T & S_{ve}(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_v \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right) & \text{IV} \end{array} \qquad (9.24)$$

dove T e S_{ve} sono rispettivamente il periodo di vibrazione ed accelerazione spettrale verticale.

Il parametro F_v è il fattore di amplificazione spettrale massima, espresso rispetto all'accelerazione orizzontale massima a_g su sito di riferimento rigido orizzontale mediante la relazione:

$$F_v = 1.35 \cdot F_0 \cdot \left(\frac{a_g}{g}\right)^{0.5} \qquad (9.26)$$

I valori di a_g, F_0, S, η sono quelli già definiti precedentemente.

Riguardo la determinazione del parametro *S*, si assume per il coefficiente topografico S_T il valore utilizzato per la componenti orizzontali, riportato nella **tabella 3.2.VI**, mentre il valore del coefficiente di amplificazione stratigrafica S_S è riportato **nella tabella 3.2.VII**. In questa sono anche riportati i valori dei periodi T_B, T_C, T_D di separazione dei rami dello spettro.

Tabella 3.2.VII

Categoria di sottosuolo	S_S	T_B	T_C	T_D
A,B,C,D,E	1.0 s	0.05	0.15 s	1.0 s

9.7 - Spettro di risposta elastico in spostamento delle componenti orizzontali

Lo spettro di risposta elastico in spostamento delle componenti orizzontali si ricava, in funzione della corrispondente risposta elastica in accelerazione, dalla relazione (9.16):

$$S_{D_e}(T) = \frac{S_e(T)}{\omega_0^2} = S_e(T) \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \qquad (9.27)$$

con la limitazione che il periodo di vibrazione T non superi il valore T_E indicato nella **tabella 3.2.VIII**.

Per valori della vibrazione T superiori a T_E le coordinate dello spettro possono essere ottenute dalle seguenti espressioni, dove T_F si rileva nella **tabella 3.2.VIII**:

$$\text{per } T_E < T < T_F \qquad S_{De} = 0.025 \cdot a_g \cdot S \cdot T_C \cdot T_D \cdot \left[F_0 \cdot \eta + (1 - F_0 \cdot \eta) \cdot \frac{T - T_E}{T_F - T_E}\right] \qquad (9.28)$$

per $T > T_F$ $\qquad D_{De} = d_g$ (9.29)

dove d_g è il valore indicato nel paragrafo successivo.

Tabella 3.2.VIII

Categoria sottosuolo	T_E [s]	T_F [s]
A	4.5	10.0
B	5.0	10.0
C,D,E	6.0	10.0

9.8 - Spostamento orizzontale e velocità orizzontale del terreno

I valori dello spostamento orizzontale d_g e della velocità orizzontale massimi del terreno sono dati dalle seguenti espressioni:

$$d_g = 0.025 \cdot a_g \cdot S \cdot T_C \cdot T_D \qquad (9.30)$$

$$v_g = 0.16 \cdot a_g \cdot S \cdot T_C \qquad (9.31)$$

dove a_g, S, T_C sono i valori utilizzati per lo spettro di risposta per le componenti orizzontali.

9.9 - Spettri di progetto per gli stati limite di esercizio

Gli spettri di accelerazione costituiscono le pseudo-accelerazioni utilizzate per determinare le spinte sismiche.

Per gli stati limite di esercizio lo spettro di progetto $S_d(T)$ da utilizzare, sia per le componenti orizzontali che per la componente verticale, è lo spettro elastico corrispondente, riferito alla probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{V_R} considerata.

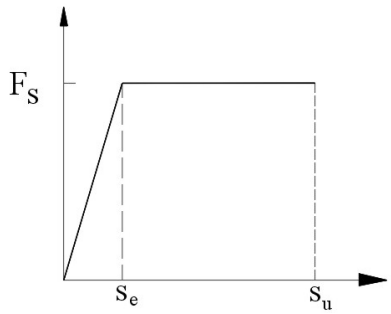
9.10 - Spettri di progetto degli stati limite ultimi

Con il metodo degli stati limite ultimi la progettazione è eseguita non rimanendo nel campo elastico ma sfruttando la capacità dissipativa di energia che si ha nel campo plastico.

9.10.1 – Duttilità – Rigidezza - Resistenza

Il comportamento della struttura può essere schematizzata con un modello bilineare, composto, nel diagramma deformazioni sollecitazioni rappresentato in figura, di un primo tratto rettilineo di elasticità con forze o momenti proporzionali alle deformazioni, seguito da una zona di plasticità con forze (momenti) costanti all'aumentare delle deformazioni.

Fig.9.7



Duttilità

Sia S_e la deformazione che si ha alla soglia di inizio plasticizzazione (fine zona elastica) ed S_u la deformazione ultima della zona plastica corrispondente al collasso. Si dà nome di **duttilità** μ al rapporto tra la deformazione plastica ultima e quella di inizio plasticizzazione:

$$\mu = \frac{S_u}{S_e} \qquad (9.32)$$

La duttilità è il parametro che indica la capacità di una struttura a deformarsi plasticamente, e quindi di dissipare energia prima di raggiungere il collasso.

Rigidezza

Nella prima zona di elasticità la forza (o momento) di reazione della struttura è proporzionale alla deformazione. È evidente che detta struttura sarà tanto più rigida quanto più sforzo occorre per

ottenere una determinata deformazione. La rigidezza k è l'inclinazione della retta di carico: rapporto tra la forza (o momento) e la rispettiva deformazione

$$k = \frac{F_s}{S_e} \tag{9.33}$$

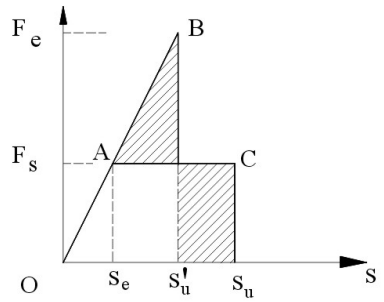
Resistenza

La resistenza è data dal carico F_s corrispondente alla soglia di inizio plasticizzazione

9.10.2 – Equivalenza di energia dissipata tra un oscillatore elastico e uno elastoplastico

Ciò che un sisma induce su una struttura sono le deformazioni, queste sono assorbite nel campo elastico con un aumento proporzionale di forza (momento) e, nel campo plastico, con carico costante. In effetti quindi, per garantire la stabilità, si tratta di dissipare dell'energia comunicata dal sisma alla struttura. Se si rimanesse solamente nel campo elastico per dissipare tale energia, data dall'area del diagramma, occorrerebbe che la struttura resista ad elevati sforzi (abbia elevata resistenza); mentre nel caso che si utilizzi anche una parte della zona di plasticità, prima del collasso, si ottiene la stessa energia dispersa (area del diagramma) con una resistenza minore.

Fig.9.8



Prendiamo così ad esempio due oscillatori semplici: uno perfettamente elastico ed uno con una cerniera di appoggio elastoplastica. Supponiamo che essi assorbano la stessa energia in una oscillazione. Come si vede dalla figura, ove sono riportati i diagrammi di carico, affinché l'oscillatore che opera esclusivamente nel campo elastico assorba la stessa energia di quello elastoplastico, occorre che raggiunga una resistenza F_s superiore a quella dell'altro oscillatore che può sfruttare una zona del campo plastico.

L'equivalenza delle energie accumulate dai due oscillatori è data dalla uguaglianza della due aree OBS'_u e $OACS_u$.

Si dimostra che dalla uguaglianza si ottiene la relazione:

$$\frac{F_e}{F_s} = \sqrt{2\mu - 1} \quad \text{da cui}$$

$$F_e = F_s \cdot \sqrt{2\mu - 1}$$

Ne viene che la resistenza F_s di un oscillatore elastoplastico, con l'utilizzo di una zona di deformazione plastica di duttilità $\mu = \frac{S_u}{S_e}$, ai fini della dissipazione di energia, è equivalente alla resistenza F_e che deve avere un oscillatore operante interamente in zona elastica.

Nella progettazione di strutture, operanti oltre la zona elastica, anche in zona plastica con duttilità μ, la resistenza da tener conto è inferiore a quella richiesta per le strutture operanti interamente in zona elastica; si ha quindi una sovraresistenza rispetto ai valori assunti nei calcoli.

9.10.3 - Classi di duttilità

Nelle strutture con comportamento strutturale dissipativo, si distinguono due livelli di Capacità Dissipativa o Classi di Duttilità (CD):

- Classe di duttilità alta (CD"A");
- Classe di duttilità bassa (CD"B").

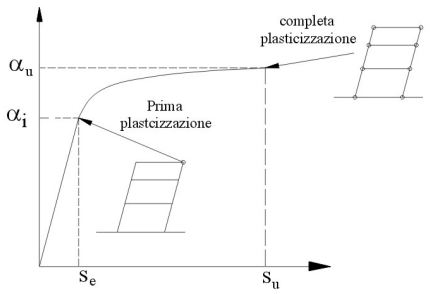
La differenza tra le due classi risiede nella entità delle plasticizzazioni cui ci si riconduce in fase di progettazione; per ambedue le classi, onde assicurare alla struttura un comportamento dissipativo e duttile evitando rotture fragili e la formazione di meccanismi instabili imprevisti, si fa ricorso ai procedimenti tipici della gerarchia delle resistenze.

Per un appropriato approfondimento sull'argomento consultare il punti 7.2.1 e seguenti del DM 2008.

9.10.3 - Fattore di struttura

Come si è già posto in evidenza, nella progettazione in zona sismica si sfrutta la capacità dissipativa delle strutture. Le oscillazioni, comunicate dal sisma ad una struttura, trasmettono a questa un'energia cinetica che è dissipata, trasformandola in energia di deformazione prima elastica e poi plastica. Se si dovesse sfruttare l'assorbimento di energia solamente nel campo elastico occorrerebbe raggiungere elevate resistenze con la progettazione di grandi sezioni. Tenendo conto di ciò, le pseudo-accelerazioni $S_e(T)$ utilizzate per determinare la spinta sismica inerziale sono ridotte attraverso un fattore riduttivo q definito in funzione dei materiali, della classe di duttilità, della regolarità e della tipologia strutturale.

Fig.9.9



Sovraresistenza

Le costruzioni si presentano generalmente come strutture iperstatiche con vincoli di incastro (o isostatiche) ove le componenti vincolari sono superiori o tutt'al più uguali ai gradi di libertà del sistema. Consideriamo un'azione sismica che interessi il campo elastoplastico di una struttura. Nell'assorbimento di energia, le deformazioni sono inizialmente nel campo elastico, fino a che la tensione flessionale in una determinata sezione raggiunge il limite elastico e si ha l'inizio della fase plastica; **si dice che si forma in questa una cerniera plastica**, con possibilità di deformazione nel campo plastico.

All'aumentare dell'intensità dell'azione sismica, alla prima cerniera plastica se ne aggiungono altre, fino a che la struttura, al limite di completa plasticizzazione, diviene labile. Si considerano due parametri essenziali:

α_i fattore corrispondente alla resistenza alla forza sismica orizzontale per la quale si ha, nella struttura, la formazione della prima cerniera plastica (prima plasticizzazione)

α_u fattore corrispondente alla resistenza alla forza sismica orizzontale per la quale si verifica la formazione di un numero di cerniera plastiche tali da rendere la struttura labile (completa plasticizzazione)

Nel caso che la progettazione venisse eseguita restando nel campo elastico, la resistenza limite da considerare sarebbe quella corrispondente alla prima plasticizzazione; mentre sfruttando il campo plastico la resistenza limite è quella della completa plasticizzazione, di valore maggiore rispetto al primo caso.

Si definisce *sovraresistenza* il rapporto:

$$\frac{\alpha_u}{\alpha_i} \qquad (9.34)$$

9.10.3.1 – Espressione del fattore di struttura

Ai fini della progettazione la capacità dissipativa della struttura è messa in conto attraverso un fattore riduttivo della forze elastiche denominato *fattore di struttura* q. Questo, nello spettro di progetto (vedi oltre) è posto al denominatore delle espressioni delle pseudo-accelerazioni diminuendone il valore.

Il fattore di struttura q da utilizzare per ciascuna direzione della azione sismica, dipende dalla tipologia strutturale, dal suo grado di iperstaticità e dai criteri di progettazione adottati e prende in conto le non linearità del materiale. Esso può essere calcolato tramite la seguente espressione:

$$q = q_0 \cdot K_R \qquad (9.35)$$

dove:

qo è il valore massimo del fattore di struttura che dipende dal livello di duttilità attesa, dalla tipologia strutturale e dal rapporto α_u/α_1 tra il valore dell'azione sismica per il quale si verifica la formazione di un numero di cerniere plastiche tali da rendere la struttura labile e quello per il quale il primo elemento strutturale raggiunge la plasticizzazione a flessione;

K_R è un fattore riduttivo che dipende dalle caratteristiche di regolarità in altezza della costruzione, con valore pari ad 1 per costruzioni regolari in altezza e pari a 0,8 per costruzioni non regolari in altezza.

9.10.3.1.1 – Espressione del fattore di struttura nelle Costruzioni in Muratura

Si consideri come esempio i valori del fattore di struttura nel caso di *Costruzioni in Muratura*
Si riporta qui di seguito il punto 7.8.1.3 del DM 2008, che recita:

In funzione del tipo di tecnica costruttiva utilizzata, la costruzione può essere considerata in muratura ordinaria o in muratura armata. I valori massimi q_0 del fattore di struttura con cui individuare lo spettro di progetto (v. § 3.2.3.5) da utilizzare nelle analisi lineari, sono indicati in Tab. 7.8.I.

Tabella 7.8.I - *Valori di q_0 per le diverse tipologie strutturali.*

Tipologia strutturale	q_0
Costruzioni in muratura ordinaria	$2.0 \cdot \frac{\alpha_u}{\alpha_i}$
Costruzioni in muratura armata	$2.5 \cdot \frac{\alpha_u}{\alpha_i}$
Costruzioni in muratura armata progettata secondo GR	$3.0 \cdot \frac{\alpha_u}{\alpha_i}$

Nel caso della muratura armata, valori compresi tra $2{,}0\alpha_u/\alpha_1$ e $2{,}5\alpha_u/\alpha_1$ possono essere applicati in funzione del sistema costruttivo prescelto, senza verificare quale sia il meccanismo di collasso della costruzione. Il valore $3{,}0\ \alpha_u/\alpha_1$ può essere utilizzato solo applicando i principi di gerarchia delle resistenze (GR) descritti al § 7.8.1.7. Si assume sempre $q = q_0 \times K_R$, attribuendo a K_R i valori indicati nel § 7.3.1.

I coefficienti α_1 e α_u sono definiti come segue:

α_1 è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale, mantenendo costanti le altre azioni, il primo pannello murario raggiunge la sua resistenza ultima (a taglio o a pressoflessione).

α_u è il 90% del moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale, mantenendo costanti le altre azioni, la costruzione raggiunge la massima forza resistente. Il valore di α_u/α_1 può essere calcolato per mezzo di un analisi statica non lineare (§ 7.3.4.1 DM 2008) e non può in ogni caso essere assunto superiore a 2,5.

Qualora non si proceda ad una analisi non lineare, possono essere adottati i seguenti valori di α_u/α_1:

- costruzioni in muratura ordinaria ad un piano $\alpha_u/\alpha_1 = 1{,}4$
- costruzioni in muratura ordinaria a due o più piani $\alpha_u/\alpha_1 = 1{,}8$
- costruzioni in muratura armata ad un piano $\alpha_u/\alpha_1 = 1{,}3$
- costruzioni in muratura armata a due o più piani $\alpha_u/\alpha_1 = 1{,}5$

- costruzioni in muratura armata progettate con la gerarchia delle resistenze $\alpha_u/\alpha_1 = 1{,}3$

I valori dei fattori di struttura delle altre costruzioni sono riportati nei seguenti paragrafi del DM 20008

Costruzioni in calcestruzzo paragrafo 7.4.3.2
Costruzioni d'acciaioparagrafo 7.5.2.2
Costruzioni con struttura prefabbricata paragrafo 7.4.5.1
Costruzioni composte di acciaio-calcestruzzo paragrafo 7.6.2.2
Costruzioni di legno paragrafo 7.7.3
Costruzioni di muratura paragrafo 7.8.1.2
Ponti paragrafo 7.9.2.1

9.10.3.1 – Espressione degli spettri di progetto per gli stati limiti di esercizio

Per gli stati limite di esercizio lo spettro di progetto $S_d(T)$ da utilizzare, sia per le componenti orizzontali che per la componente verticale, è lo spettro elastico corrispondente, riferito alla probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{V_R}, corrispondente allo stato limite di esercizio considerato.

9.10.3.2 – Espressione degli spettri di progetto per gli stati limiti ultimi

Nella determinazione delle componenti delle spinte sismiche orizzontali e della verticale si deve tener conto dalle capacità dissipative della struttura. Ciò si ottiene utilizzando per la pseudo-accelerazione lo spettro di risposta elastico (9.6.2 - 9.6.3) riferito alla probabilità di superamento del periodo di riferimento P_{V_R} (corrispondente all'SLU considerato) ove le ordinate sono ridotte sostituendo al posto del parametro η il rapporto $\frac{1}{q}$

Così per lo spettro di progetto delle *componenti orizzontali* si ha:

$$
\begin{array}{lll}
0 \le T < T_B & S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_0 \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{q}{F_0}\left(1 - \frac{T}{T_B}\right)\right] & \text{I} \\
T_B \le T < T_C & S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_0 & \text{II} \\
T_C \le T < T_D & S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T}\right) & \text{III} \\
T_D \le T & S_d(T) = a_g \cdot \frac{1}{q} \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right) & \text{IV}
\end{array}
\qquad (9.36)
$$

Per lo spettro di progetto della *componente verticale* si ha:

$$
\begin{array}{lll}
0 \le T < T_B & S_{vd}(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_v \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{q}{F_v}\left(1 - \frac{T}{T_B}\right)\right] & \text{I} \\
T_B \le T < T_C & S_{vd}(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_v & \text{II} \\
T_C \le T < T_D & S_{vd}(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_v \cdot \left(\frac{T_C}{T}\right) & \text{III} \\
T_D \le T & S_{vd}(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{1}{q} \cdot F_v \cdot \left(\frac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right) & \text{IV}
\end{array}
\qquad (9.37)
$$

10 - Combinazione dell'azione sismica con le altre azioni - Carichi gravidazionali

Nella verifica delle strutture sottoposte al sismica occorre combinare la sua azione E con le altre dovute a pretensioni, a carichi permanenti o accidentali.

Si distinguono:

G_1 peso proprio di tutti gli elementi strutturali; peso proprio del terreno, quando pertinente; forze indotte dal terreno (esclusi gli effetti di carichi variabili applicati al terreno); forze risultanti dalla pressione dell'acqua (quando si configurino costanti nel tempo);

G_2 peso proprio di tutti gli elementi non strutturali;

P pretensione e precompressione;

Q azioni sulla struttura o sull'elemento strutturale con valori istantanei che possono risultare sensibilmente diversi fra loro nel tempo. Si distinguono:

a) di lunga durata: agiscono con un'intensità significativa, anche non continuativamente, per un tempo non trascurabile rispetto alla vita nominale della struttura;

b) di breve durata: azioni che agiscono per un periodo di tempo breve rispetto alla vita nominale della struttura;

E azioni derivanti dai terremoti.

Nella combinazione delle azioni, si definisce valore caratteristico Q_k di un'azione variabile il valore corrispondente ad un frattile pari al 95 % della popolazione dei massimi, in relazione al periodo di riferimento dell'azione variabile stessa.

Si indicano con Q_{kj} i termini delle azioni variabili della combinazione. Queste possono, nel tempo, agire non contemporaneamente; per cui, nella combinazione, ciascuna è moltiplicate per un opportuno coefficiente di combinazione $\psi_{0j}, \psi_{1j}, \psi_{2j}$.

Nella combinazione dell'azione sismica con le altre, per tutte le componenti variabili si utilizza il coefficiente ψ_{2j}. Il prodotto $Q_{kj} \cdot \psi_{2j}$, si definisce *valore quasi permanente* e rappresenta la media della distribuzione temporale dell'intensità.

Tabella 2.5.I – *Valori dei coefficienti di combinazione*

Categoria/Azione variabile	ψ_{0j}	ψ_{1j}	ψ_{2j}
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0.7	0.5	0.3
Categoria B Uffici	0.7	0.5	0.3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0.7	0.7	0.6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0.7	0.7	0.6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1.0	0.9	0.8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0.7	0.7	0.6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0.7	0.5	0.3
Categoria H Coperture	0.0	0.0	0.0
Vento	0.6	0.2	0.0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0.5	0.2	0.0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0.7	0.5	0.2
Variazioni termiche	0.6	0.5	0.0

10.1 - Combinazione delle azioni

Nel caso delle costruzioni civili e industriali le verifiche agli stati limite ultimi o di esercizio devono essere effettuate per la combinazione dell'azione sismica con le altre azioni utilizzando la seguente espressione:

$$G_1 + G_2 + P + E + \sum_J \psi_{2J} \cdot Q_{kj} \qquad (10.1)$$

10.2 – Carichi gravitazionali W

I carichi da valutare per la determinazione della spinta sismica inerziale sono costituiti dai pesi propri G_1, G_2 e da quelli variabili Q_{kj}, moltiplicati, questi, per il rispettivo coefficiente di combinazione ψ_{2j}:

$$W = G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} \cdot Q_{kj} \qquad (10.2)$$

11 - Metodo di analisi e criteri di verifica

Le analisi delle strutture soggette ad azioni sismiche possono essere di tipo lineari o non lineari; inoltre l'equilibrio di esse può essere trattato con criteri statici o dinamici.

11.1 - Analisi lineare

Può essere utilizzato per il calcolo degli effetti del sisma sia per sistemi non dissipativi sia per sistemi dissipativi.

11.1.1 - Sistemi non dissipativi

Riguardano gli stati limiti di esercizio SLE. In questi, per la determinazione delle spinte sismiche è utilizzato lo spettro di progetto corrispondente a quello elastico in accelerazione (9.18)

11.1.2 - Sistemi dissipativi

Riguardano gli starti limite ultimi SLU. Per determinare le spinte sismiche orizzontali si utilizza lo spettro di progetto $S_{de}(T)$ (9.36), calcolato con il fattore di struttura q dipendente dal tipo di costruzione, come esposto nei punti 7.4.3.2, 7.5.2.2, 7.4.5.1, 7.6.2.2, 7.7.3, 7.8.1.2, 7.9.2.1 del DM 2008 (9.10.3.1.1 in questi appunti).

Per la componente verticale dell'azione sismica il valore di q utilizzato, a meno di adeguate analisi giustificative, è q = 1,5 per qualunque tipologia strutturale e di materiale, tranne che per i ponti per i quali è q = 1. Lo spettro di progetto è fornito dalla relazioni (9.37)

11.2 - Analisi non lineare

L'analisi non lineare si utilizza per sistemi dissipativi e tiene conto delle non linearità di materiale geometriche; queste ultime possono essere trascurate nei casi precedentemente precisati. I legami costitutivi utilizzati devono includere la perdita di resistenza e la resistenza residua, se significati

11.3 - Analisi statica o dinamica

L'equilibrio di una struttura può essere trattata staticamente o dinamicamente. Si distinguono: Analisi lineare dinamica - Analisi lineare statica - Analisi non lineare dinamica - Analisi non lineare statica.

Il metodo d'analisi lineare di riferimento per determinare gli effetti dell'azione sismica, sia su sistemi dissipativi sia su sistemi non dissipativi, è l'analisi modale con spettro di risposta o "analisi lineare dinamica"

11.3.1 - Analisi lineare statica

È possibile utilizzare l'analisi lineare statica, sia su sistemi dissipativi sia su sistemi non dissipativi per le sole costruzioni la cui risposta sismica, in ogni direzione principale, dipenda in modo preponderante dal primo modo di vibrazione a più bassa frequenza, e risultano trascurabili gli effetti degli altri modi di vibrare superiori.

Con questo metodo l'equilibrio è trattato staticamente e l'analisi della struttura è lineare.

Le spinte sismiche si ottengono utilizzando lo spettro di progetto fornito dalle relazioni (9.18) per gli SLE e le (9.369, (9.37) negli SLU , rispettivamente per le componenti orizzontali e per quella

verticale. Esse sono applicate alla struttura come forze statiche equivalenti alle forze di inerzia indotte

L'analisi statica lineare può essere effettuata per costruzioni che rispettino i requisiti specifici riportati nei paragrafi che li riguardano nel DM 2008.

Per tutti, occorre che il periodo (T_1) del modo di vibrare principale nella direzione in esame non superi $2.5 \cdot T_C$ *o* T_D *e che la costruzione sia regolare in altezza.*

Per costruzioni civili o industriali che non superino i 40 m di altezza e la cui massa sia approssimativamente uniformemente distribuita lungo l'altezza, *il periodo della vibrazione principale* T_1 può essere stimato, in assenza di calcoli più dettagliati, utilizzando la formula seguente:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} \qquad (11.1)$$

dove:

T_1 è il periodo della vibrazione principale;

H è l'altezza della costruzione, in metri, dal piano di fondazione;

C_1 è un coefficiente che dipende dal tipo di costruzione. Risulta :

per costruzioni con struttura a *telaio in acciaio* $C_1 = 0.085$

per costruzioni con struttura a *telaio in calcestruzzo* $C_1 = 0.075$

per costruzioni di *qualsiasi altro tipo* $C_1 = 0.05$

Per determinare la forza da applicare a ciascuna massa della costruzione, si procede nella seguente maniera

1) *Si calcola la pseudoaccelarazione*

Calcolato il periodo di vibrazione principale T_1, si sostituisce questo nella espressione che determina la pseudoaccelarazione, corrispondente allo spettro di progetto relativo al tipo di stato limite considerato. Indichiamo genericamente con $S_d(T_1)$ l'ordinata dello spettro di progetto ottenuta: sarà precisamente $S_e(T_1)$ per gli SLE (9.18), (9.24); $S_{de}(T_1)$ per le componenti orizzontali degli SLU (9.36); $S_{dv}(T_1)$ per la componente verticale per gli SLU (9.37).

2) *Si calcola la spinta sismica totale dovuta al peso* W *globale della struttura (o massa M)*

Calcolato, con la combinazione (10.2). il peso complessivo W sismico della struttura, si determina su di essa la spinta sismica totale F_h; questa è una forza d'inerzia, data dal prodotto della massa per l'accelerazione (pseudo-accelerazione).

Dal peso totale W si ricava la massa:

$$M = \frac{W}{g}$$

dove g è l'accelerazione di gravità

la pseudo-accelerazione è data dall'ordinata $S_d(T)$ dello spettro di progetto;

si considera inoltre un coefficiente λ pari a 0.85 se la costruzione ha almeno tre orizzontamenti (piani) e se $T_1 < 2 \cdot T_C$, pari a 1.0 in tutti gli altri casi;

risulta:

$$F_h = \frac{W}{g} \cdot S_d(T_1) \cdot \lambda \qquad (11.2)$$

3) *Si calcola la spinta sismica da applicare a ciascuna massa posta ai diversi livelli*

la spinta sismica totale F_h si distribuisce alle masse di peso W_i poste ai diversi livelli, proporzionalmente alle rispettive altezze e al valore dei pesi delle masse stesse.

La spinta sismica F_i sulla massa i-esima di peso W_i, posta sul livello i-esimo z_i è data dalla espressione:

$$F_i = F_h \cdot \frac{z_i \cdot W_i}{\sum_{j=1}^{n} z_j \cdot W_j} \qquad (11.3)$$

dove

F_i è la forza da applicare alla massa i-esima di peso W_i;

F_h è la forza totale applicata alla massa totale di peso $W = \sum_{j=1}^{N} W_j$;

W_i è il peso i-esimo della massa i-esima, posta al livello z_i ove si sta determinando la spinta;

z_i è la quota della massa di peso W_i rispetto al piano di fondazione;

W_j è il peso j-esimo di ogni singola massa di piano, che, nella sommatoria, andrà moltiplicata per la rispettiva quota z_j rispetto al piano di fondazione. La sommatoria si estende dal primo ($j = 1$) all'ultimo orizzontamento (piano $j = N$);

z_j è la quota della massa di peso W_j rispetto al piano di fondazion;

Un semplice esempio è riportato nel file "**file pdf esempio analisi lineare"**

11.3.1.1 – Effetti torsionali

La spinta sismica è applicata al baricentro delle masse, mentre la reazione equilibrante è nel baricentro delle rigidezze; se i due baricentri non coincidono si ha la formazione di una coppia (momento torcente), con braccio uguale all'eccentricità, data dalla distanza tra spinta sismica e la reazione equilibrante (distanza tra baricentro delle masse e baricentro delle rigidezza nella direzione perpendicolare alla spinta sismica).

Occorre inoltre considerare un'eccentricità aggiuntiva, rispetto a quella derivante dal calcolo, per tenere conto della variabilità spaziale del moto sismico, nonché di eventuali incertezze nella localizzazione delle masse,. Per i soli edifici ed in assenza di più accurate determinazioni l'eccentricità accidentale in ogni direzione non può essere considerata inferiore a 0,05 volte la dimensione dell'edificio misurata perpendicolarmente alla direzione di applicazione dell'azione sismica. Detta eccentricità è assunta costante, per entità e direzione, su tutti gli orizzontamenti.

Indicando con e_{eff} l'eccentricità effettive di calcolo, con e_{agg} l'eccentricità aggiuntiva e con e_{tot} eccentricità totale, si ha:

$$e_{tot} = e_{eff} \pm e_{agg} \qquad (11.4)$$

Secondo le norme del DM 2008 l'azione sismica è caratterizzata da 3 componenti traslazionali, due orizzontali contrassegnate da X e Y e una verticale contrassegnata da Z, *da considerare tra loro indipendenti*.

Per ogni componente orizzontale si considera una eccentricità effettive di calcolo e una aggiuntiva; l'eccentricità totale è:

$$e_{x\,tot} = e_{xeff} \pm e_{xagg}$$

$$e_{ytot} = e_{yeff} \pm e_{yagg}$$

11.4 - Analisi lineare dinamica

Come si è si è già posto in rilievo l'analisi modale con spettro di risposta o "*analisi lineare dinamica*" è assunto come metodo *d'analisi lineare di riferimento* per determinare gli effetti dell'azione sismica, sia su sistemi dissipativi sia su sistemi non dissipativi.

Il metodo viene qui accennato e riassunto nei seguenti punti fondamentali di calcolo

1° si determinano le matrici delle rigidezze e delle masse.

2° Impostando l'equilibrio del sistema a n gradi di libertà si ottiene un sistema di n equazioni differenziali, con espressioni analoghe a quella determinata per l'oscillatore ad un solo grado di libertà. Il sistema può essere posto in forma matriciale

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{u}_g \qquad (11.5)$$

dove:

- $\mathbf{u}$ è il vettore spostamento relativo avente come componenti gli spostamenti relativi di piano, misurati rispetto ad un punto del suolo in movimento durante il sisma. Il vettore $\mathbf{u}$ è considerato nelle due direzioni fondamentali x,y
- $\mathbf{u}_g$ è il vettore spostamento di trascinamento del suolo, avente quindi componenti di piano tutte uguali e nella direzione del sisma x o y considerata
- $\mathbf{M}$ è la matrice delle masse concentrate negli orizzontementi (piani)
- $\mathbf{C}$ è la matrice dei coefficienti di smorzamento di tipo viscoso
- $\mathbf{K}$ è la matrice delle rigidezze

Come per l'oscillatore ad un solo grado di libertà, in assenza del forzante ($\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}}_g = 0$) e considerando nulli i coefficienti di smorzamento viscoso ($\mathbf{C} = 0$), si ottiene l'espressione (in questo caso matriciale) che determina le oscillazione libere del sistema denominate *modi*:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = 0 \qquad (11.6)$$

Considerando le particolari oscillazioni ω possibili con cui le masse sui diversi piani vibrino come se fossero parti di una stessa lamina elastica, la soluzione del sistema va ricercato nel vettore del tipo:

$$\mathbf{u} = \mathbf{\Phi} \cdot e^{j\omega t}$$

sostituendo nella (11.6) e tenendo conto che:

$$\dot{\mathbf{u}} = j\omega \cdot e^{j\omega t} \cdot \mathbf{\Phi} \qquad \ddot{\mathbf{u}} = -\omega^2 \cdot e^{j\omega t} \cdot \mathbf{\Phi}$$

si ottiene l'espressione matriciale:

$$\left\| -\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} \right\| \cdot \mathbf{\Phi} \cdot e^{j\omega t} = 0$$

$$\left\| -\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} \right\| \cdot \mathbf{\Phi} = 0 \qquad (11.7)$$

La matrice delle masse, considerate concentrate ai piani, è una matrice diagonale del tipo:

$$\mathbf{M} = \begin{Vmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0. & 0 & \dots & m_n \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \dots \\ m_n \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{Vmatrix}$$

indicando con $\mathbf{I}$ *la matrice unità* e dividendo le singole equazioni indicate dall'espressione (11.17) per le rispettive masse si ottiene la relazione natriciale:

$$\left\| \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{I} \right\| \cdot \mathbf{\Phi} = 0 \qquad (11.18)$$

ponendo $\omega^2 = \lambda$

$$\left\| \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} - \lambda \cdot \mathbf{I} \right\| \cdot \mathbf{\Phi} = 0 \qquad (11.19)$$

l'espressione (11.19) è un sistema omogeneo di n equazioni nelle n incognite $\Phi_1, \Phi_2, .., \Phi_j, .., \Phi_n$, componenti del vettore $\mathbf{\Phi}$, indicanti l'intensità relative delle rispettive vibrazioni.

Si rammenta ora che condizione necessaria e sufficiente affinché un sistema omogeneo di n equazioni in n incognite ammetta delle autosoluzioni è che sia nullo il determinante dei coefficienti.

Deve essere:

$$\left| \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} - \lambda \cdot \mathbf{I} \right| = 0$$

3°) L'espressione (11.20) è l'equazione caratteristica del determinante caratteristico della matrice quadra $n \times n$ $\left\| \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} \right\|$, con n equazioni e n incognite, da cui si ricavano le n *soluzioni proprie* $\lambda_1, \lambda_2 ..., \lambda_i, .. \lambda_n$. La radice quadra di queste forniscono le pulsazioni delle vibrazioni proprie del sistema.

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$$

4°) Si sostituiscono le soluzioni proprie $\lambda_1, \lambda_2 ..., \lambda_i, .. \lambda_n$ calcolate nella espressione del sistema omogeneo (11.19).

$$\left\| \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{K} - \lambda \cdot \mathbf{I} \right\| \cdot \mathbf{\Phi} = 0 \qquad (11.19)$$

ogni soluzione propria λ_j sostituita nel sistema omogeneo (11.19) rende nullo il determinante dei coefficienti delle incognite $\Phi_{j_1}, \Phi_{j_2}, .., \Phi_{j_i}, ., \Phi_{j_n}$ componenti dell'autovettore $\mathbf{\Phi}_j$; si è in presenza quindi di un sistema omogeneo a *n* equazioni a *n* incognite che ammette autovalori. Questi si ottengono fissando arbitrariamente il valore di una incognita, ad esempio $\Phi_{j_n} = 1$, e ricavando dalle *n-1* equazioni indipendenti le restanti incognite $\Phi_{j_1}, \Phi_{j_2}, .., \Phi_{j_i}, ., \Phi_{j_{n-1}}$. I valori ottenuti si normalizzano rispetto al valore massimo, dividendo per questo tutti i valori determinati; così il valore massimo ha il valore 1 e una frazione di questo gli altri.

In tal modo gli autovalori Φ_{j_i}, componenti normalizzate dell'autovettore $\mathbf{\Phi}_j$, determinano la distribuzione sui piani delle intensità relative del modo j-esimo di vibrazione propria con pulsazione ω_j. *L'autovalore* Φ_{j_i} *relativo al piano j-esimo verrà posto come termine moltiplicativo nell'espressione di determinazione della spinta sismica su detto* piano.

Così sostituendo nella (11.19) la soluzione propria λ_1 si otterrà l'autovettore $\mathbf{\Phi}_1$ avente come componenti gli autovalori $\Phi_{1_1}, \Phi_{1_2}, .., \Phi_{1_i}, ., \Phi_{1_n}$;coefficienti moltiplicativi da porre ciascuno nella formula di determinazione della spinta sismica sul rispettivo piano degli *n* per il modo di vibrazione ω_1

Sostituendo nella (11.19) la soluzione propria λ_2 si otterrà l'autovettore $\mathbf{\Phi}_2$ avente come componenti gli autovalori $\Phi_{2_1}, \Phi_{2_2}, .., \Phi_{2_i}, ., \Phi_{2_n}$; coefficienti moltiplicativi da porre ciascuno nella formula di determinazione della spinta sismica sul rispettivo piano degli *n* per il modo di vibrazione ω_2

….

E così via, fino a ottenere l'autovetore $\mathbf{\Phi}_n$ avente come componenti gli autovalori $\Phi_{n_1}, \Phi_{n_2}, .., \Phi_{n_i}, ., \Phi_{n_n}$

5°) Si determina il fattore di partecipazione modale γ_j.

Le intensità dei modi di oscillazioni proprie ottenute non hanno lo stesso peso nella determinazione degli spostamenti o delle forze in una determinata direzione $\mathbf{R}$. Si determina un coefficiente di partecipazione modale γ_j che tiene conto dell'influenza del modo j-esimo, di pulsazione ω_j, alla determinazione effettiva dello spostamento e alla spinta sismica.

Il fattore di partecipazione modale γ_j è espresso dalla relazione:

$$\gamma_j = \frac{\mathbf{\Phi}_j^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}}{\mathbf{M}_\mathbf{j}^*}$$

con $$\mathbf{M}_\mathbf{j}^* = \mathbf{\Phi}_j^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{\Phi}_j$$

ove

$\mathbf{\Phi}_j$ è l'autovettore relativo al modo j-esimo di pulsazione ω_j, rappresentato dalla matrice colonna dei suoi componenti;

$\mathbf{\Phi}_j^T$ è la matrice trasposta di $\mathbf{\Phi}_j$ composta dalla riga dei suoi componenti;

$\mathbf{M}$ matrice diagonale delle masse;

$\mathbf{R}$ è il vettore direzionale di influenza del terremoto. Nel caso che si supponga che il sisma agisca nella stessa direzione dei gradi di libertà il vettore $\mathbf{R}$ è un vettore colonna composto da tutti 1.

Il fattore di partecipazione modale γ_j si pone come termine moltiplicativo nelle formule di determinazione delle spinte sismiche sui piani, relative al modo j-esimo di pulsazione ω_j

6°) Si determinano i valori delle masse modali partecipanti.
I modi di vibrazione non partecipano con la stessa efficacia alla deformazione o alla spinta sismica: il modo a minore frequenza ha maggiore influenza rispetto alle altre, interessando una più grande massa partecipante all'oscillazione. Gli altri modi hanno masse partecipanti via via minori. Essi danno forze discordi, che producono un effetto minore rispetto alla base.
Va detto che le deformazioni e le forze indotte dai modi sulla struttura non sono reali, ma la combinazione di essi determinano le spinte e gli spostamenti effettivi.
Per determinare il contributo del "modo" all'azione sismica complessiva ci si riferisce alla *massa partecipante* $\widetilde{\mathbf{M}}_j$ alla vibrazione di quel "modo", o meglio alla sua % rispetto alla massa totale.

$$\widetilde{\mathbf{M}}_j = \gamma^2 \cdot \mathbf{M}_j^* \qquad\qquad \widetilde{\mathbf{M}}_j = \frac{\left(\mathbf{\Phi}_j^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{R}\right)}{\mathbf{\Phi}_j^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{\Phi}}$$

dividendo poi ciascuna massa partecipante per la massa totale e moltiplicando per 100 si ottiene la massa % partecipante:

$$M_{j_i}\% = \frac{M_{j_i}}{M} \cdot 100 \qquad \text{con} \begin{cases} i: \text{numero di piani} \\ j: \text{numero di modi} \end{cases}$$

Secondo la normativa DM 2008 devono essere considerati tutti i modi con massa partecipante significativa. È opportuno a tal riguardo considerare tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% e comunque un numero di modi la cui massa partecipante totale sia superiore all'85%.

7°) Si calcola, per ciascun modo considerato, la spinta sismica su ogni piano.
Per ogni modo di vibrazione con massa partecipante significativa si calcola la spinta sismica su ciascun orizzontamento (piano) della struttura.
La forza da determinare è inerziale: prodotto di massa e accelerazione.
La massa da considerare per ogni piano i-esimo è quella gravitazionale, calcolata secondo l'espressione (10.2), nella quale, però, si tiene conto dell'intensità relativa agli altri piani, nella vibrazione propria del modo j-esimo, attraverso la componente Φ_{j_i} del suo autovetture $\mathbf{\Phi}_j$, che viene moltiplicata per la massa stessa. Inoltre si considera la partecipazione al modo di vibrazione propria j-esima moltiplicando ulteriormente la massa gravidazionele per il fattore di partecipazione γ_j
L'accelerazione da considerare è l'ordinata $S_d(T_j)$ dello spettro di progetto, relativo al modo di vibrazione j-esimo e allo stato limite considerati.
Posta l'espressione in forma matriciale si ha:

$$\mathbf{F}_j = \mathbf{M} \cdot \mathbf{\Phi}_j \cdot \lambda_j \cdot S_d(T_j, \xi)$$

11.4.1 - Combinazione degli effetti relativi ai singoli modi

Ciascun modo considerato provoca un determinato effetto (sforzo di taglio, momento…). Ai fini pratici occorre ricavare una combinazione che determini l'effetto globale che dia un valore progettuale.

Sono stati proposti diversi criteri di combinazione quadratica.

Combinazione Euclidea S.R.S.S (Square Root of then Sum of Squares)

Utilizzati quando i modi generici *m,n* possono essere considerati indipendenti, e ciò quando i rispettivi periodi T_m, T_n differiscono più del 10%:

$$T_n \leq 0.9 \cdot T_m$$

In tal caso il valore più probabile dell'effetto max $E_{\max}$ è dato dalla forma quadratica:

$$E_{\max} = \sqrt{\sum_{n=1}^{m} \left(E_{n_{\max}}\right)^2}$$

dove "m" è il numero di modi principali significativi

Combinazione quadratica completa

Nel DM 2008 (punto 7.3.3.1) per la combinazione degli effetti relativi ai singoli modi è utilizzata una combinazione quadratica completa C.Q.C (Complete Quadratic Combination) degli effetti relativi a ciascun modo indicata dalla espressione:

$$E = \left(\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{m} \rho_{ij} E_i \cdot E_j \right)^{\frac{1}{2}}$$

dove:

i indice del modo i-esimo;

j indice del modo j-esimo;

E_i effetto relativo al modo i-esimo;

E_j effetto relativo al modo j-esimo;

m numero di modi significativi presi in considerazione;

ρ_{ij} coefficiente di correlazione tra il modo i-esimo e il modo j-esimo, calcolato con l'espressione:

$$\rho_{ij} = \frac{8\xi^2 \cdot \beta_{ij}^{3/2}}{\left(1+\beta_{ij}\right) \cdot \left[\left(1-\beta_{ij}\right)^2 + 4\xi^2 \cdot \beta_{ij}\right]}$$

β_{ij} è il rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i-j di modi: $\beta_{ij} = \frac{T_j}{T_i}$; ossia è il rapporto tra la pulsazione del modo i-esimo e il modo j-esimo.

Vedi il **file pdf**
Semplice esempio ANALISI LINEARE

Semplice esempio ANALISI NODALE